Second degré

▶ Exercice n°1

1. $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25.$
   $x_1 = \dfrac{-(-1) - \sqrt{25}}{2 \times 1} = \dfrac{-4}{2} = -2$
   $x_2 = \dfrac{-(-1) + \sqrt{25}}{2 \times 1} = \dfrac{6}{2} = 3$
   $S = \{-2; 3\}.$
2. $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 22 = 12.$
   $x_1 = \dfrac{-(-10) - \sqrt{12}}{2 \times 1} = \dfrac{10 - 2\sqrt{3}}{2} = 5 - \sqrt{3}$
   $x_2 = \dfrac{-(-10) + \sqrt{12}}{2 \times 1} = \dfrac{10 + 2\sqrt{3}}{2} = 5 + \sqrt{3}$
   $S = \{5 - \sqrt{3}; 5 + \sqrt{3}\}.$
3. $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 29.$
   $x_1 = \dfrac{-3 - \sqrt{29}}{2 \times 1} = \dfrac{-3 - \sqrt{29}}{2}$
   $x_2 = \dfrac{-3 + \sqrt{29}}{2 \times 1} = \dfrac{-3 + \sqrt{29}}{2}$
   $S = \left\{\dfrac{-3 - \sqrt{29}}{2}; \dfrac{-3 + \sqrt{29}}{2}\right\}.$
4. $\Delta = 2^2 - 4 \times 4 \times 5 = -76.$
   $S = \varnothing$
5. $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 45.$
   $x_1 = \dfrac{-(-7) - \sqrt{45}}{2 \times 1} = \dfrac{7 - 3\sqrt{5}}{2}$
   $x_2 = \dfrac{-(-7) + \sqrt{45}}{2 \times 1} = \dfrac{7 + 3\sqrt{5}}{2}$
   $S = \left\{\dfrac{7 - 3\sqrt{5}}{2}; \dfrac{7 + 3\sqrt{5}}{2}\right\}.$
6. $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times 4 = -23.$
   $S = \varnothing$
7. $\Delta = 6^2 - 4 \times (-8) \times (-1) = 4.$
   $x_1 = \dfrac{-6 - \sqrt{4}}{2 \times (-8)} = \dfrac{-8}{-16} = \dfrac{1}{2}$
   $x_2 = \dfrac{-6 + \sqrt{4}}{2 \times (-8)} = \dfrac{-4}{-16} = \dfrac{1}{4}$
   $S = \left\{\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{4}\right\}.$
8. $\Delta = 5^2 - 4 \times (-2) \times (-13) = -79.$
   $S = \varnothing$
9. $\Delta = (2\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 16.$
   $x_1 = \dfrac{-2\sqrt{3} - \sqrt{16}}{2 \times 1} = \dfrac{-2\sqrt{3} - 4}{2} = -\sqrt{3} - 2$
   $x_2 = \dfrac{-2\sqrt{3} + \sqrt{16}}{2 \times 1} = \dfrac{-2\sqrt{3} + 4}{2} = -\sqrt{3} + 2$
   $S = \{-\sqrt{3} - 2; -\sqrt{3} + 2\}.$
10. $6x^2 + 5x = 4 \Leftrightarrow 6x^2 + 5x - 4 = 0$
    $\Delta = 5^2 - 4 \times 6 \times (-4) = 121.$
    $x_1 = \dfrac{-5 - \sqrt{121}}{2 \times 6} = \dfrac{-16}{12} = -\dfrac{4}{3}$
    $x_2 = \dfrac{-5 + \sqrt{121}}{2 \times 6} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$
    $S = \left\{-\dfrac{4}{3}; \dfrac{1}{2}\right\}.$
11. $\Delta = \left(\dfrac{5}{2}\right)^2 - 4 \times 1 \times 1 = \dfrac{9}{4}.$
    $x_1 = \dfrac{-\frac{5}{2} - \sqrt{\frac{9}{4}}}{2 \times 1} = \dfrac{-\frac{5}{2} - \frac{3}{2}}{2} = -\dfrac{4}{2} = -2$
    $x_2 = \dfrac{-\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{9}{4}}}{2 \times 1} = \dfrac{-\frac{5}{2} + \frac{3}{2}}{2} = -\dfrac{1}{2}$
    $S = \left\{-2; -\dfrac{1}{2}\right\}.$

▶ Exercice n°2

1. $(2x + 3)(4x - 1) = 5x + 7 \Leftrightarrow 8x^2 - 2x + 12x - 3 = 5x + 7 \Leftrightarrow 8x^2 + 5x - 10 = 0$
   $\Delta = 5^2 - 4 \times 8 \times (-10) = 345.$
   $x_1 = \dfrac{-5 - \sqrt{345}}{2 \times 8} = \dfrac{-5 - \sqrt{345}}{16}$
   $x_2 = \dfrac{-5 + \sqrt{345}}{2 \times 8} = \dfrac{-5 + \sqrt{345}}{16}$

$S=\left\{\dfrac{-5-\sqrt{345}}{16};\dfrac{-5+\sqrt{345}}{16}\right\}$.

2. $x+1=\dfrac{1}{x}$. Valeur interdite : il faut $x\neq 0$.
   Dans ces conditions, $x+1=\dfrac{1}{x}\Leftrightarrow x(x+1)=1\Leftrightarrow x^2+x-1=0$.
   $\Delta=1^2-4\times 1\times(-1)=5$.
   $x_1=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2\times 1}=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$
   $x_2=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2\times 1}=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$
   $S=\left\{\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2};\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$.
3. $\dfrac{3x-5}{5x-7}=x$. Valeur interdite : il faut $5x-7\neq 0\Leftrightarrow x\neq\dfrac{7}{5}$.
   Dans ces conditions, $\dfrac{3x-5}{5x-7}=x\Leftrightarrow 3x-5=x(5x-7)\Leftrightarrow 3x-5=5x^2-7x\Leftrightarrow$
   $-5x^2+10x-5=0$
   $\Delta=10^2-4\times(-5)\times 5=0$.
   $x_1=-\dfrac{10}{2\times(-5)}=1$. $S=\{1\}$.
4. $(x+1)(x+2)=(x+3)(x+4)+(x+5)(x+6)$
   $\Leftrightarrow x^2+x+2x+2=x^2+3x+4x+12+x^2+6x+5x+30$
   $\Leftrightarrow 0=x^2+15x+40$
   $\Delta=15^2-4\times 1\times 40=65$.
   $x_1=\dfrac{-15-\sqrt{65}}{2\times 1}=\dfrac{-15-\sqrt{65}}{2}$
   $x_2=\dfrac{-15+\sqrt{65}}{2\times 1}=\dfrac{-15+\sqrt{65}}{2}$
   $S=\left\{\dfrac{-15-\sqrt{65}}{2};\dfrac{-15+\sqrt{65}}{2}\right\}$.

► Exercice n°3

1. Signe de $f(x)=3x^2-4x+5$:
   $\Delta=(-4)^2-4\times 3\times 5=-44<0$. « Toujours du signe de $a=3$ ».

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

2. Signe de $f(x)=-2x^2-x+15$:
   $\Delta=(-1)^2-4\times(-2)\times 15=121>0$. « Signe de $a=-2$ à l'extérieur des racines ».
   $x_1=\dfrac{-(-1)-\sqrt{121}}{2\times(-2)}=\dfrac{-10}{-4}=\dfrac{5}{2}$
   $x_2=\dfrac{-(-1)+\sqrt{121}}{2\times(-2)}=\dfrac{12}{-4}=-3$

x	$-\infty$		-3		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

► Exercice n°4

1. Signe de $-x^2+9x+10$:
   $\Delta=9^2-4\times(-1)\times 10=121>0$. « Signe de $a=-1$ à l'extérieur des racines ».
   $x_1=\dfrac{-9-\sqrt{121}}{2\times(-1)}=10$
   $x_2=\dfrac{-9+\sqrt{121}}{2\times(-1)}=-1$

x	$-\infty$		-1		10		$+\infty$
$-x^2+9x+10$		$-$	0	$+$	0	$-$	

   $S=\,]-\infty;-1]\cup[10;+\infty[$

2. Signe de x^2+x+1 :
   $\Delta=1^2-4\times 1\times 1=-3$. « Toujours du signe de $a=1$ ».

x	$-\infty$		$+\infty$
x^2+x+1		$+$	

   $S=\varnothing$

3. Signe de $-3x^2+4x-7$:
   $\Delta=4^2-4\times(-3)\times(-7)=-68$. « Toujours du signe de $a=-3$ ».

x	$-\infty$		$+\infty$
$-3x^2+4x-7$		$-$	

$S=\mathbb{R}$

4. Signe de x^2+2x-3 :
$\Delta=2^2-4\times1\times(-3)=16>0$. « Signe de $a=1$ à l'extérieur des racines ».
$x_1=\dfrac{-2-\sqrt{16}}{2\times1}=-3$
$x_2=\dfrac{-2+\sqrt{16}}{2\times1}=-1$
Signe de $x+2$: s'annule pour $x=-2$. « Signe du coefficient devant x après le 0 ».

x	$-\infty$		-3		-2		1		$+\infty$
x^2+2x-3		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$\dfrac{x^2+2x-3}{x+2}$		$-$	0	$+$	||	$-$	0	$+$	

$S=]-\infty;-3[\cup]-2;1[$

5. Signe de $-3x^2+4x-1$:
$\Delta=4^2-4\times(-3)\times(-1)=4>0$. « Signe de $a=-3$ à l'extérieur des racines ».
$x_1=\dfrac{-4-\sqrt{4}}{2\times(-3)}=1$
$x_2=\dfrac{-4+\sqrt{4}}{2\times(-3)}=\dfrac{1}{3}$
Signe de $2x^2+7x+3$:
$\Delta=7^2-4\times2\times3=25>0$. « Signe de $a=2$ à l'extérieur des racines ».
$x_1=\dfrac{-7-\sqrt{25}}{2\times2}=-3$
$x_2=\dfrac{-7+\sqrt{25}}{2\times2}=-\dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$		-3		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$-3x^2+4x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	0	$-$	
$2x^2+7x+3$		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$\dfrac{-3x^2+4x-1}{2x^2+7x+3}$		$-$	||	$+$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	

$S=\left]-3;-\dfrac{1}{2}\right[\cup\left[\dfrac{1}{3};1\right]$

6. On se ramène à 0 et on réduit au même dénominateur avant de dresser le tableau de signes : $\dfrac{3x^2+8x-11}{2x^2+5x-7}\geqslant1\Leftrightarrow\dfrac{3x^2+8x-11}{2x^2+5x-7}-1\geqslant0$
$\Leftrightarrow\dfrac{3x^2+8x-11-\left(2x^2+5x-7\right)}{2x^2+5x-7}\geqslant0\Leftrightarrow\dfrac{x^2+3x-4}{2x^2+5x-7}\geqslant0$
Signe de x^2+3x-4 :
$\Delta=3^2-4\times1\times(-4)=25>0$. « Signe de $a=1$ à l'extérieur des racines ».
$x_1=\dfrac{-3-\sqrt{25}}{2\times1}=-4$
$x_2=\dfrac{-3+\sqrt{25}}{2\times1}=1$
Signe de $2x^2+5x-7$:
$\Delta=5^2-4\times2\times(-7)=81>0$. « Signe de $a=2$ à l'extérieur des racines ».
$x_1=\dfrac{-5-\sqrt{81}}{2\times2}=-\dfrac{7}{2}$
$x_2=\dfrac{-5+\sqrt{81}}{2\times2}=1$

x	$-\infty$		-4		$-\frac{7}{2}$		1		$+\infty$
x^2+3x-4		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$2x^2+5x-7$		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	
$\dfrac{x^2+3x-4}{2x^2+5x-7}$		$+$	0	$-$	||	$+$	||	$+$	

$S =]-\infty ; -4] \cup \left]-\frac{7}{2} ; 1\right[$

▶ **Exercice n°5**

Factoriser $f(x)$ dans les cas suivants :

1. $\Delta = (-9)^2 - 4 \times 2 \times (-5) = 121 > 0.$
   $x_1 = \dfrac{-(-9)-\sqrt{121}}{2\times 2} = -\dfrac{1}{2}$
   $x_2 = \dfrac{-(-9)+\sqrt{121}}{2\times 2} = 5$
   Donc, $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2) = 2\left(x+\dfrac{1}{2}\right)(x-5)$
2. $\Delta = 11^2 - 4 \times 3 \times (-8) = 25 > 0.$
   $x_1 = \dfrac{-11-\sqrt{25}}{2\times(-3)} = \dfrac{8}{3}$
   $x_2 = \dfrac{-11+\sqrt{25}}{2\times(-3)} = 1$
   Donc, $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2) = -3\left(x-\dfrac{8}{3}\right)(x-1)$
3. $\Delta = \left(-\dfrac{5}{2}\right)^2 - 4 \times \left(\dfrac{1}{2}\right) \times (-12) = \dfrac{121}{4} > 0.$
   $x_1 = \dfrac{-\left(-\dfrac{5}{2}\right)-\sqrt{\dfrac{121}{4}}}{2\times\dfrac{1}{2}} = -3$
   $x_1 = \dfrac{-\left(-\dfrac{5}{2}\right)+\sqrt{\dfrac{121}{4}}}{2\times\dfrac{1}{2}} = 8$
   Donc, $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2) = \dfrac{1}{2}(x+3)(x-8)$

▶ **Exercice n°6**

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x^2-7x+3}{8x^2-14x+5}$.

1. $f(x)$ existe si et seulement si $8x^2 - 14x + 5 \neq 0$.
   $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 8 \times 5 = 36 > 0.$
   $x_1 = \dfrac{-(-14)-\sqrt{36}}{2\times 8} = \dfrac{1}{2}$
   $x_2 = \dfrac{-(-14)+\sqrt{36}}{2\times 8} = \dfrac{5}{4}$
   $f(x)$ existe si et seulement si $x \neq \dfrac{1}{2}$ et $x \neq \dfrac{5}{4}$.
2. Factorisation du numérateur :
   $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 25 > 0.$
   $x_1 = \dfrac{-(-7)-\sqrt{25}}{2\times 2} = \dfrac{1}{2}$
   $x_2 = \dfrac{-(-7)+\sqrt{25}}{2\times 2} = 3$
   Donc, pour tout x, $2x^2 - 7x + 3 = 2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)(x-3)$
   Factorisation du dénominateur :
   Pour tout x, $8x^2 - 14x + 5 = 8\left(x-\dfrac{1}{2}\right)\left(x-\dfrac{5}{4}\right)$.
   Donc, pour tout x différent de $\dfrac{1}{2}$ et de $\dfrac{5}{4}$:
   $$f(x) = \frac{2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-3)}{8\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{5}{4}\right)} = \frac{(x-3)}{4\left(x-\frac{5}{4}\right)}$$

▶ **Exercice n°7**

1. $\begin{cases} u+v=3 \\ uv=-10 \end{cases} \Leftrightarrow u$ et v solutions de $X^2-3X-10=0$
   $\Leftrightarrow u=-2$ et $v=5$ ou $u=5$ et $v=-2$
   Car $\Delta = 49$; $X_1 = \dfrac{3-7}{2} = -2$; $X_2 = \dfrac{3+7}{2} = 5$
2. $\begin{cases} u+v=-8 \\ uv=16 \end{cases} \Leftrightarrow u$ et v solutions de $X^2+8X+16=0$
   $\Leftrightarrow u=-4$ et $v=-4$
   Car $\Delta = 0$; $X_1 = \dfrac{-8}{2} = -4$
3. $\begin{cases} u+v=5 \\ uv=8 \end{cases} \Leftrightarrow u$ et v solutions de $X^2-5X+8=0$
   Impossible dans $\mathbb{R}$ car $\Delta = -7$.
4. $\begin{cases} u+v=4 \\ uv=1 \end{cases} \Leftrightarrow u$ et v solutions de $X^2-4X+1=0$
   $\Leftrightarrow u=2-\sqrt{3}$ et $v=2+\sqrt{3}$ ou $u=2+\sqrt{3}$ et $v=2-\sqrt{3}$
   Car $\Delta = 12$; $X_1 = \dfrac{4-\sqrt{12}}{2} = 2-\sqrt{3}$; $X_2 = \dfrac{4+\sqrt{12}}{2} = 2+\sqrt{3}$

▶ Exercice n°8

1. En posant $X = x^2$, l'équation devient $X^2 - 13X + 36 = 0$:
$\Delta = 25$; $X_1 = \dfrac{13-5}{2} = 4$; $X_2 = \dfrac{13+5}{2} = 9$
L'équation équivaut donc à $x^2 = 4$ ou $x^2 = 9$.
D'où $S = \{-2; 2; -3; 3\}$.
2. En posant $X = x^2$, l'équation devient $X^2 + 5X + 4 = 0$:
$\Delta = 9$; $X_1 = \dfrac{-5-3}{2} = -4$; $X_2 = \dfrac{-5+3}{2} = -1$
L'équation équivaut donc à $x^2 = -4$ ou $x^2 = -1$ (cas impossibles dans $\mathbb{R}$).
D'où $S = \varnothing$.
3. En posant $X = x^2$, l'équation devient $X^2 - X - 2 = 0$:
$\Delta = 9$; $X_1 = \dfrac{1-3}{2} = -1$; $X_2 = \dfrac{1+3}{2} = 2$
L'équation équivaut donc à $x^2 = -1$ (impossible) ou $x^2 = 2$.
D'où $S = \left\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right\}$.
4. Valeur interdite : il faut $x \neq 0$. Dans ces conditions :
$x^3 + \dfrac{784}{x} = 65x \Leftrightarrow \dfrac{x^4 + 784}{x} = 65x \Leftrightarrow x^4 + 784 = 65x^2 \Leftrightarrow x^4 - 65x^2 + 784 = 0$
En posant $X = x^2$, l'équation devient $X^2 - 65X + 784 = 0$:
$\Delta = 1089$; $X_1 = \dfrac{65-33}{2} = 16$; $X_2 = \dfrac{65+33}{2} = 49$
L'équation équivaut donc à $x^2 = 16$ ou $x^2 = 49$ (avec $x \neq 0$).
D'où $S = \{-4; 4; -7; 7\}$.
5. On procède par implication : $x - 6 = 5\sqrt{x} \Rightarrow (x-6)^2 = (5\sqrt{x})^2$
$\Rightarrow x^2 - 12x + 36 = 25x \Rightarrow x^2 - 37x + 36 = 0$
$\Delta = 1225$; $x_1 = \dfrac{37-35}{2} = 1$; $x_2 = \dfrac{37+35}{2} = 36$
Reste à vérifier si les x trouvés sont bien solutions de l'équation initiale :
• si $x = 1$, $x - 6 = -5$ et $5\sqrt{x} = 5$. 1 n'est donc pas solution.
• si $x = 36$, $x - 6 = 30$ et $5\sqrt{x} = 30$. 36 est donc une solution.
$S = \{36\}$.
6. On procède par implication : $\sqrt{2x-1} = 1 - 2x \Rightarrow \left(\sqrt{2x-1}\right)^2 = (1-2x)^2$
$\Rightarrow 2x - 1 = 1 - 4x + 4x^2 \Rightarrow -4x^2 + 6x - 2 = 0$
$\Delta = 4$; $x_1 = \dfrac{-6-2}{-8} = 1$; $x_2 = \dfrac{-6+2}{-8} = \dfrac{1}{2}$
Reste à vérifier si les x trouvés sont bien solutions de l'équation initiale :
• si $x = 1$, $\sqrt{2x-1} = 1$ et $1 - 2x = -1$. 1 n'est donc pas solution.
• si $x = \dfrac{1}{2}$, $\sqrt{2x-1} = 0$ et $1 - 2x = 0$. v est donc une solution.
$S = \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

▶ Exercice n°9

Avec $u \neq 0$ et $v \neq 0$:

$$\begin{cases} u + v = -1 \\ \dfrac{1}{u} + \dfrac{1}{v} = \dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = -1 \\ \dfrac{u+v}{uv} = \dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = -1 \\ \dfrac{-1}{uv} = \dfrac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = -1 \\ uv = -12 \end{cases}$$

u et v sont donc solutions de $X^2 + X - 12 = 0$
$\Leftrightarrow u = -4$ et $v = 3$ ou $u = 3$ et $v = -4$
Car $\Delta = 49$; $X_1 = \dfrac{-1-7}{2} = -4$; $X_2 = \dfrac{-1+7}{2} = 3$

▶ Exercice n°10

$x^2 - mx + 1 = 0$: $\Delta = m^2 - 4$

1. L'équation n'admet qu'une seule solution $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow m = 2$ ou $m = -2$
2. L'équation n'admet aucune solution $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow m \in]-2; 2[$

m	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$m^2 - 4$		$+$	0	$-$	0	$+$	

▶ Exercice n°11

Cela revient à chercher $x > 0$ tel que $(7 + x)(11 + x) = 117$
$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 11x + 77 = 117 \Leftrightarrow x^2 + 18x - 40 = 0$
$\Delta = 484$; $x_1 = \dfrac{-18-22}{2} = -20$; $x_2 = \dfrac{-18+22}{2} = 2$
Seul $x = 2$ convient.

▶ Exercice n°12

$DJ = x$ et $CI = x$ donc $AB = 14 - 2x$
L'aire du trapèze est égale à $\dfrac{\text{petite base} + \text{grande base}}{2} \times \text{hauteur}$
. On cherche donc x tel que $\dfrac{14 - 2x + 14}{2} \times x = 45$
$\Leftrightarrow (14 - x)x = 45 \Leftrightarrow -x^2 + 14x - 45 = 0$
$\Delta = 16$; $x_1 = \dfrac{14-4}{2} = 5$; $x_2 = \dfrac{14+4}{2} = 9$
Seul $x = 5$ convient car il faut que $x > 0$ et que $14 - 2x > 0$.

▶ Exercice n°13

1. La résistance équivalente R est telle que $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x-3}$
$\Leftrightarrow \dfrac{1}{R} = \dfrac{x - 3 + x}{x(x-3)} \Leftrightarrow \dfrac{1}{R} = \dfrac{2x-3}{x^2 - 3x} \Leftrightarrow R = \dfrac{x^2 - 3x}{2x - 3}$.
On cherche donc x (avec $x > 0$, $x - 3 > 0$ et $2x - 3 \neq 0$) tel que $\dfrac{x^2 - 3x}{2x - 3} = 2$

$\Leftrightarrow x^2-3x=4x-6 \Leftrightarrow x^2-7x+6=0$.
$\Delta=25$; $x_1=\dfrac{7-5}{2}=1$; $x_2=\dfrac{7+5}{2}=6$
Seul $x=6$ convient.

2. La résistance équivalente R des 2 résistors en parallèle est telle que $\dfrac{1}{R}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{12}$
$\Leftrightarrow \dfrac{1}{R}=\dfrac{12+x}{12x} \Leftrightarrow R=\dfrac{12x}{12+x}$
La résistance équivalente de l'ensemble du circuit est donc égale à $x+\dfrac{12x}{12+x}$.
On cherche donc $x>0$ tel que $x+\dfrac{12x}{12+x}=10 \Leftrightarrow \dfrac{x(12+x)+12x}{12+x}=10 \Leftrightarrow$
$x^2+24x=10(12+x) \Leftrightarrow x^2+14x-120=0$.
$\Delta=676$; $x_1=\dfrac{-14-26}{2}=-20$; $x_2=\dfrac{-14+26}{2}=6$
Seul $x=6$ convient.

▶ Exercice n°14

On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$.
Compléter la condition du `if` pour que le script python ci-dessous soit correct.

```
a=float(input("a?"))
b=float(input("b?"))
c=float(input("c?"))
delta=b*b-4*a*c
if delta<0 and a>0 :
  print("f(x) est toujours strictement positif")
else:
  print("f(x) n'est pas toujours strictement positif")
```

▶ Exercice n°15

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3+6x^2+11x+6$ *(une telle fonction est appelée polynôme de degré 3)*.

1. $f(-1)=-1+6-11+6=0$
2. $(x+1)(x^2+ax+b)=x^3+ax^2+bx+x^2+ax+b=x^3+(a+1)x^2+(b+a)x+b$.
Or $f(x)=x^3+6x^2+11x+6$.
Si on trouve deux réels a et b tels que $\begin{cases} a+1=6 \text{ (coefficients devant } x^2) \\ b+a=11 \text{ (coefficients devant)} \\ b=6 \end{cases}$,
on répondra au problème.
Prendre $a=5$ et $b=6$ convient car les 3 relations sont bien vérifiées.
On en déduit que, pour tout x, $f(x)$ peut aussi s'écrire sous la forme :
$f(x)=(x+1)(x^2+5x+6)$.
3. $f(x)=0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2+5x+6)=0 \Leftrightarrow x+1=0$ ou $x^2+5x+6=0$:
$x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$
$x^2+5x+6=0$: $\Delta=1$; $x_1=\dfrac{-5-1}{2}=-3$; $x_2=\dfrac{-5+1}{2}=-2$
Finalement, l'ensemble solution de $f(x)=0$ est $S=\{-1;-2;-3\}$.

▶ Exercice n°16

Déterminer si les propositions ci-dessous sont vraies ou fausses :

- *Proposition 1 :* Fausse. Contre-exemple : $x=-3$
- *Proposition 2 :* Vraie car si $x>2$ alors $x^2>2^2$
- *Proposition 3 :* Fausse. Contre-exemple : $x=-3$