

► **Exercice n°1**

Une commune envisage l'installation d'un système de production d'électricité par géothermie pour un lotissement. Pour cela, un forage est nécessaire et la commune s'adresse à deux entreprises afin d'en évaluer le coût :

Entreprise A : Pour les propositions financières de cette entreprise, on note :

- U_0 le coût en euros du creusement du **premier** mètre ;
- U_1 le coût en euros du creusement du **deuxième** mètre ;
- etc.
- U_{n-1} le coût en euros du creusement du $n^{\text{ième}}$ mètre ;

Le coût du forage pour cette entreprise est défini par : $U_0 = 200$ et $U_{n+1} = U_n + 50$. (le premier mètre est facturé 200 euros et chaque nouveau mètre coûte 50 euros de plus que le précédent)

1. La suite (U_n) est-elle arithmétique ou géométrique ? Donner sa raison.
2. Calculer le coût du creusement du 50^{ième} mètre du forage.
3. Pour tout entier $n \geq 2$, on note $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1}$ le coût **total** pour creuser les n premiers mètres avec cette entreprise .
Montrer que l'on a $S_n = 175n + 25n^2$.
4. En déduire la profondeur de forage que l'on peut atteindre pour un coût **total** de 174000 euros.

Entreprise B : Pour les propositions financières de cette entreprise, on note :

- V_0 le coût en euros du creusement du **premier** mètre ;
- V_1 le coût en euros du creusement du **deuxième** mètre ;
- etc.
- V_{n-1} le coût en euros du creusement du $n^{\text{ième}}$ mètre ;

Le coût du forage pour cette entreprise est défini par : $V_0 = 100$ et $V_{n+1} = 1,04V_n + 10$. (le premier mètre est facturé 100 euros et chaque nouveau mètre coûte 4% de plus que le précédent auquel s'ajoute 10 euros de frais supplémentaires)

1. On considère la suite (W_n) définie par $W_n = V_n + 250$.
 - a) Montrer que (W_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme W_0 .
 - b) Exprimer W_n en fonction de n .
 - c) Exprimer $W_0 + W_1 + \dots + W_{n-1}$ en fonction de n .
2. Justifier que, pour tout entier positif n , $V_n = 1,04^n \times 350 - 250$.
3. Calculer le coût du creusement du 50^{ième} mètre du forage.
4. Pour tout entier $n \geq 2$, on note $S'_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ le coût **total** pour creuser les n premiers mètres avec cette entreprise .
Montrer que l'on a $S'_n = 8750(1,04^n - 1) - 250n$.
5. Le creusement des 80 premiers mètres avec cette entreprise coûtera-t'il plus ou moins de 174000 euros ?

► **Exercice n°2**

Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{1 + U_n}$.

(on admettra que les termes de cette suite ne sont jamais nuls)

1. Montrer que la suite (V_n) définie par $V_n = \frac{1}{U_n}$ est une suite arithmétique dont on donnera la raison r et le premier terme V_0 .
2. En déduire une expression de V_n , puis de U_n en fonction de n .