▶ Exercice n°1

La concentration, exprimée en $\mathrm{mg}\cdot\mathrm{L}^{-1}$, du produit actif d'un médicament dans le sang d'un patient est donnée en fonction du temps t, exprimé en heures, par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,6]$ par $f(t) = t^3 - 12t^2 + 36t$.

1. Dériver f.
2. Dresser le tableau de variations de f sur $[0\,;\,6]$. *(on indiquera les valeurs de $f(0)$, $f(6)$ et du maximum de f sur $[0\,;\,6]$)*
3. La concentration maximale du produit actif dans le sang ne doit pas dépasser $40\ \mathrm{mg}\cdot\mathrm{L}^{-1}$ pour éviter les effets secondaires. Est-ce bien le cas ici ?

▶ Exercice n°2

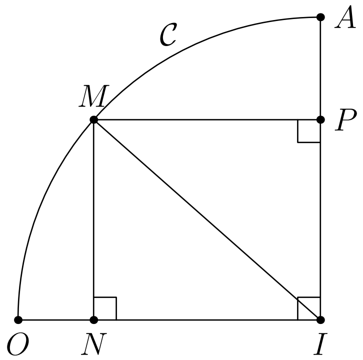
Partie A

1. Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,1]$ par $g(x) = \sqrt{2} - 2\sqrt{x}$.
   a) Dériver g et justifier que g est strictement décroissante sur $]0\,;\,1]$.
   b) Vérifier que $g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 0$. En déduire le signe de $g(x)$ sur $\left]0\,;\,\dfrac{1}{2}\right[$ et sur $\left]\dfrac{1}{2}\,;\,1\right]$.
2. Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,1]$ par $f(x) = \sqrt{2} \times \sqrt{x} + 1 - x$.
   a) Dériver f et montrer que, pour tout $0 < x \leqslant 1$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2\sqrt{x}}$.
   b) En s'aidant de la question précédente et de la question 1.b), recopier et compléter le tableau de variations de f sur $]0\,;\,1]$ ci-dessous :

x	0		$\frac{1}{2}$		1
$g(x)$	‖		0		
$2\sqrt{x}$	‖				
$f'(x)$	‖		0		
$f(x)$	‖				

Partie B

Dans la figure ci-dessous : $IO = IA = 1$, $(IO) \perp (IA)$, $\mathcal{C}$ est le quart de cercle de centre I et de rayon 1 délimité par O et A, M est un point de $\mathcal{C}$ (distinct de O) qui se projette orthogonalement en N sur (OI) et en P sur (IA).



On note x la distance ON.

1. Montrer que $OM^2 = 2x$.
2. En déduire que $OM + MP = f(x)$ où f est la fonction définie à la partie A.
3. En utilisant le tableau de variations de f établi à la partie A, préciser la valeur que doit prendre x pour que la somme des distances $OM + MP$ soit maximale.