▶ **Activité n°1**

On considère le système $\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 4x-y=21 \\ 3x+2y=13 \end{array} \right.$.

Pour trouver x, on élimine y à l'aide de la combinaison linéaire $2L_1+L_2$.
Le calcul donne :

$$\begin{array}{l} 2L_1 \ : \ 8x-2y=42 \\ \underline{L_2 \ : \ 3x+2y=13} \\ 2L_1+L_2 \ : \ \dots\dots\dots\dots\dots \end{array}.$$

Pour trouver y, on élimine x à l'aide de la combinaison linéaire $3L_1-4L_2$.
Le calcul donne :

$$\begin{array}{l} 3L_1 \ : \ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \underline{-4L_2 \ : \ \dots\dots\dots\dots\dots} \\ 3L_1-4L_2 \ : \ \dots\dots\dots\dots\dots \end{array}.$$

Rédaction :

$$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 4x-y=21 \\ 3x+2y=13 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{matrix} 2L_1+L_2 \\ 3L_1-4L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=\dots\dots \\ y=\dots\dots \end{array} \right..$$

$S=\{(\dots\dots;\dots\dots)\}$

▶ **Activité n°2**

De la même façon, résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 3x-y=4 \\ x+y=8 \end{array} \right.$.

$$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 3x-y=4 \\ x+y=8 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{matrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=\dots\dots \\ y=\dots\dots \end{array} \right..$$

$S=\{(\dots\dots;\dots\dots)\}$

▶ **Activité n°3**

De la même façon, résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 2x+3y=-7 \\ 3x+y=0 \end{array} \right.$.

$$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 2x+3y=-7 \\ 3x+y=0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{matrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=\dots\dots \\ y=\dots\dots \end{array} \right..$$

$S=\{(\dots\dots;\dots\dots)\}$

▶ **Activité n°4**

De la même façon, résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 2x-3y=8 \\ 8x+5y=-2 \end{array} \right.$.

$$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 2x-3y=8 \\ 8x+5y=-2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{matrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=\dots\dots \\ y=\dots\dots \end{array} \right..$$

$S=\{(\dots\dots;\dots\dots)\}$

▶ **Activité n°5**

On cherche à résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système non linéaire suivant : $\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{6}{x}-\dfrac{2}{y}=1 \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{12}{y}=7 \end{array} \right.$

En posant $X=\dfrac{1}{x}$ et $Y=\dfrac{1}{y}$, le système devient $\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 6X-2Y=1 \\ 3X+12Y=7 \end{array} \right.$.

Résolution de ce système linéaire d'inconnues X et Y :

$$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 6X-2Y=1 \\ 3X+12Y=7 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{matrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} X=\dots\dots \\ Y=\dots\dots \end{array} \right..$$

On en déduit que $x=\dots\dots$ et $y=\dots\dots$. D'où $S=\{(\dots\dots;\dots\dots)\}$

▶ **Activité n°6**

On cherche à résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système non linéaire suivant : $\left\{ \begin{array}{l} 3x^2-\dfrac{4}{y}=10 \\ -x^2+\dfrac{5}{y}=-7 \end{array} \right.$

En posant $X=\dots\dots$ et $Y=\dfrac{1}{y}$, le système devient $\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 3X-4Y=10 \\ -X+5Y=-7 \end{array} \right.$.

Résolution de ce système linéaire d'inconnues X et Y :

$$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} 3X-4Y=10 \\ -X+5Y=-7 \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{matrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} X=\dots\dots \\ Y=\dots\dots \end{array} \right..$$

On en déduit que $x=\dots\dots\dots\dots\dots\dots$ et $y=\dots\dots$.

D'où $S=\{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\}$