Probabilités

▶ Exercice n°1

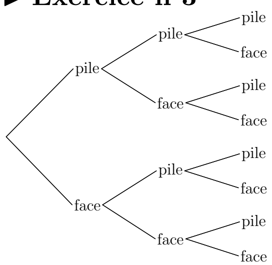
- $p(A) = \frac{1}{32}$
- $p(B) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$
- $p(C) = 1$
- $p(D) = p\,(\text{« roi »}) + p\,(\text{« cœur »}) - p\,(\text{« roi et cœur »}) = \frac{4}{32} + \frac{8}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$

▶ Exercice n°2

1. $\overline{A}$: « La carte tirée n'est pas as »
   $A \cap B$: « la carte tirée est un as et un cœur »
   $A \cup B$: « la carte tirée est un as ou un cœur »

2. $p(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$
   $p(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{2}$
   $p(A \cap B) = \frac{1}{52}$
   $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{4}{13}$
   $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$.

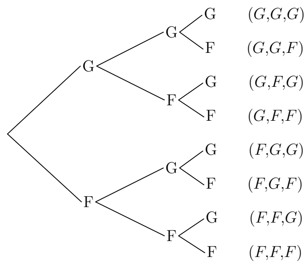
▶ Exercice n°3



- $p(A) = \frac{3}{8}$
- $p(B) = \frac{7}{8}$
- $p(C) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (0 ou 1 fois pile)

▶ Exercice n°4

1.



2. Déterminer la probabilité des événements suivants :
   - $p(A) = \dfrac{1}{8}$
   - $p(B) = p\,(\text{« 3 filles »}) + p\,(\text{« 3 garçons »}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ (événements incompatibles)
   - $p(C) = \frac{7}{8}$

▶ Exercice n°5

- $p(A) = \frac{65}{120}$
- $p(B) = \frac{65+21}{120} = \frac{86}{120}$
- $p(C) = \frac{11}{120}$

▶ Exercice n°6

1.

	Portent un numéro pair	Portent un numéro impair	Total
Couleur jaune	5	3	8
Couleur verte	2	5	7
Total	7	8	15

2.
   - $p(A) = \frac{8}{15}$
   - $p(B) = \frac{5}{15}$
   - $p(C) = p\,(\text{« jaune »}) + p\,(\text{« pair »}) - p\,(\text{« jaune et pair »}) = \frac{8}{15} + \frac{7}{15} - \frac{5}{15} = \frac{10}{15}$

▶ Exercice n°7

1. Compléter le tableau suivant :

	Présentent le défaut A	Ne présentent pas le défaut A	Total
Présentent le défaut B	120	450	570
Ne présentent pas le défaut B	880	8550	9430
Total	1000	9000	10 000

2.
   - $p(A) = \frac{1000}{10000} = 0{,}1$

- $p(B) = \frac{570}{10000} = 0{,}057$
- $p(C) = \frac{120}{10000} = 0{,}012$
- $p(D) = p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(C) = 0{,}145$

▶ Exercice n°8

1. Si on note x la probabilité d'obtenir une des faces impaires, on doit avoir :
   $\overbrace{3x + 3x + 3x}^{\text{faces paires}} + \overbrace{x + x + x}^{\text{faces impaires}} = 1 \Leftrightarrow 12x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{12}$
   $p(\text{« 2 »}) = p(\text{« 4 »}) = p(\text{« 6 »}) = 3x = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
   $p(\text{« 1 »}) = p(\text{« 3 »}) = p(\text{« 5 »}) = x = \frac{1}{12}$
2. $p(\text{« 2 »}) + p(\text{« 4 »}) + p(\text{« 6 »}) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

▶ Exercice n°9

Une urne contient 6 jetons.
Calculer le nombre de tirages possibles dans les cas suivants :

1. $\overbrace{6}^{\text{1er jeton}} \times \overbrace{6}^{\text{2éme jeton}} = 36$
2. $\overbrace{6}^{\text{1er jeton}} \times \overbrace{5}^{\text{2éme jeton}} = 30$
3. $\overbrace{6}^{\text{1er jeton}} \times \overbrace{6}^{\text{2éme jeton}} \times \overbrace{6}^{\text{3éme jeton}} = 216$
4. $\overbrace{6}^{\text{1er jeton}} \times \overbrace{5}^{\text{2éme jeton}} \times \overbrace{4}^{\text{3éme jeton}} = 120$

▶ Exercice n°10

1. $\overbrace{32}^{\text{1ere carte}} \times \overbrace{32}^{\text{2éme carte}} = 1024$
2.
   - $p(A) = \dfrac{\overbrace{16}^{\text{rouge}} \times \overbrace{16}^{\text{rouge}}}{1024} = \dfrac{256}{1024} = \dfrac{1}{4}$
   - $p(B) = \dfrac{\overbrace{8}^{\text{trèfle}} \times \overbrace{8}^{\text{trèfle}}}{1024} = \dfrac{64}{1024} = \dfrac{1}{16}$
   - $p(C) = \dfrac{\overbrace{16}^{\text{noire}} \times \overbrace{16}^{\text{noire}}}{1024} + \dfrac{\overbrace{16}^{\text{rouge}} \times \overbrace{16}^{\text{rouge}}}{1024} = \dfrac{256}{1024} + \dfrac{256}{1024} = \dfrac{1}{2}$
   - $p(D) = \dfrac{\overbrace{4}^{\text{as}} \times \overbrace{4}^{\text{as}}}{1024} = \dfrac{16}{1024} = \dfrac{1}{64}$

▶ Exercice n°11

Partie A : premier raisonnement et vérification expérimentale

On ne peut pas considérer ce premier raisonnement comme valide car la simulation montre que chaque somme de points possibles n'a pas la même probabilité d'apparaitre.

Partie B : nouveau raisonnement

dé rouge/dé noir	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

On constate bien que chaque somme de points possibles n'apparait pas le même nombre de fois.

somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
probabilité	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

- $p(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$
- $p(B) = 0$ (événement impossible)
- $p(C) = \overbrace{\dfrac{1}{36}}^{\text{somme=2}} + \overbrace{\dfrac{2}{36}}^{\text{somme=3}} + \overbrace{\dfrac{3}{36}}^{\text{somme=4}} = \dfrac{1}{6}$