► Activité n°1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{2}x - 1$.

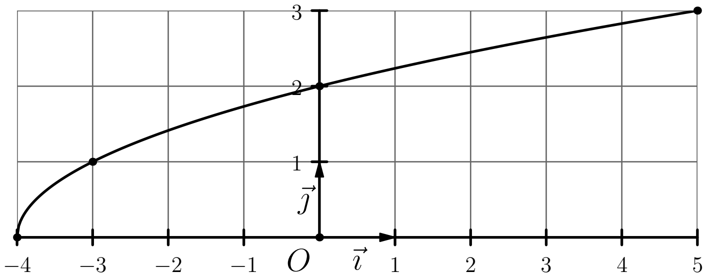
L'image par f de 8 est égale à $\dfrac{1}{2} \times 8 - 1 = 3$

L'antécédent par f de -3 est -4 car $\dfrac{1}{2}x - 1 = -3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x = -2 \Leftrightarrow x = -4$

► Activité n°2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 1$.
L'image par f de -1 est égale à $(-1)^2 - 1 = 0$
Les antécédents par f de 3 sont 2 et -2 car :
$x^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$.

► Activité n°3



L'image par f de -4 est égale à 0
L'image par f de 5 est égale à 3
L'antécédent par f de 2 est 0
L'antécédent par f de 1 est -3

► Activité n°4

1. $\mathbb{R}^*$ (tous les réels sauf 0) est-il un ensemble symétrique par rapport à 0 ? OUI
2. $[-1; +\infty[$ est-il un ensemble symétrique par rapport à 0 ? NON
3. $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ (tous les réels sauf -2 et 2) est-il un ensemble symétrique par rapport à 0 ? OUI

► Activité n°5

1. La fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = -\dfrac{4}{x}$ est impaire car :
   $\mathbb{R}^*$ est symétrique par rapport à 0
   pour tout x de $\mathbb{R}^*$, $f(-x) = -\dfrac{4}{-x} = \dfrac{4}{x} = -f(x)$
2. La fonction f définie sur $[-1; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+1}$ est ni paire, ni impaire car $[-1; +\infty[$ n'est pas symétrique par rapport à 0.
3. La fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ par $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 4}$ est paire car :
   $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ est symétrique par rapport à 0
   pour tout x de $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$, $f(-x) = \dfrac{1}{(-x)^2 - 4} = \dfrac{1}{x^2 - 4} = f(x)$

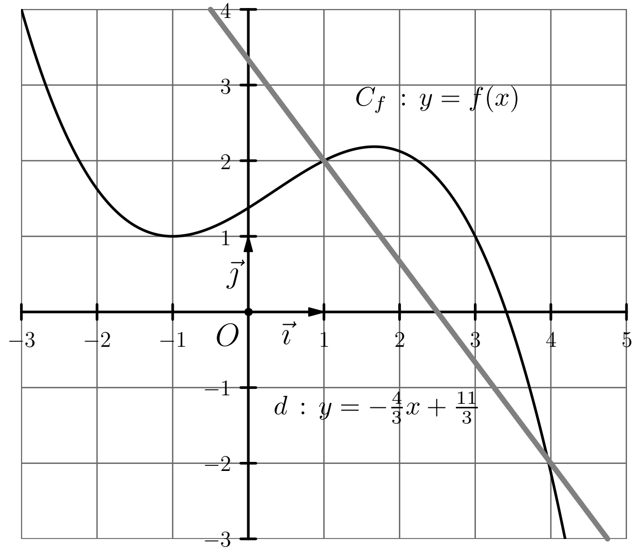
► Activité n°6

- *Proposition 1* : f est croissante sur $]-\infty; 0[$ et $f(-3) = -4$ FAUSSE
- *Proposition 2* : f est décroissante sur $]-\infty; 0[$ et $f(-3) = 4$ VRAIE
- *Proposition 3* : f est décroissante sur $]-\infty; 0[$ et $f(-3) = -4$ FAUSSE

► Activité n°7

- *Proposition 1* : f est croissante sur $]-\infty; 0[$ et $f(-2) = 1$ FAUSSE
- *Proposition 2* : f est croissante sur $]-\infty; 0[$ et $f(-2) = -1$ FAUSSE
- *Proposition 3* : f est décroissante sur $]-\infty; 0[$ et $f(-2) = 1$ VRAIE

► Activité n°8



1. La valeur de $f(1)$ est égale à 2
2. L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 1$ est $S = \{-1 ; 3\}$
3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 1$ est $S = [-3 ; 3]$
4. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 1$ est $S = [-3 ; -1[\cup]-1 ; 3[$
5. L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = -2$ est $S = \{4\}$
6. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant -2$ est $S = [-3 ; 4]$

7. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > -2$ est $S = [-3\,;\,4[$
8. Les solutions de l'équation $f(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$ sont 1 et 4.
9. L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) \geqslant -\frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$ est $S = [1\,;\,4]$
10. L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) > -\frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$ est $S =]1\,;\,4[$
11. f admet un minimum sur $[-3\,;\,1]$ pour $x = -1$
12. f est ni paire, ni impaire car $[-3\,;\,5]$ n'est pas symétrique par rapport à 0

► Activité n°9

$d(t) = -2{,}25t^2 + 36t$ (t en secondes)

1. $d(t) = t(-2{,}25t + 36)$. Comme $t \geqslant 0$, $d(t) \geqslant 0 \Leftrightarrow -2{,}25t + 36 \geqslant 0$
   $\Leftrightarrow -2{,}25t \geqslant -36 \Leftrightarrow t \leqslant \frac{-36}{-2{,}25} \Leftrightarrow t \leqslant 16$.
2. Pour tout $t \geqslant 0$:
   $-2{,}25(t-8)^2 + 144 = -2{,}25(t^2 - 16t + 64) + 144 = -2{,}25t^2 + 36t - 144 + 144$
   $= d(t)$.
3. la valeur maximale de $d(t)$ est de 144 et elle est atteinte quand $t = 8$ car $-2{,}25(t-8)^2$ admet 0 comme maximum pour $t = 8$.