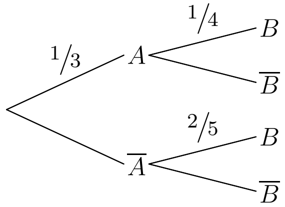
Probabilités

▶ Exercice n°1

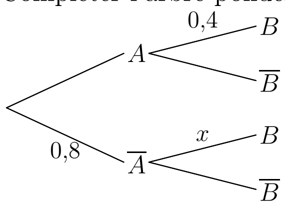
1. Compléter l'arbre pondéré suivant :



2. Déterminer les probabilités suivantes :
   a) $p\left(A \cap B\right)$
   b) $p\left(A \cap \overline{B}\right)$
   c) $p\left(\overline{A} \cap B\right)$
   d) $p\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$
   e) $p(B)$
   f) $p_B(A)$

▶ Exercice n°2

1. Compléter l'arbre pondéré suivant :

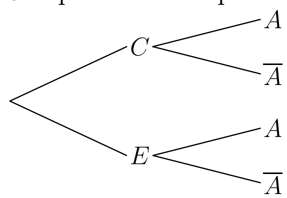


2. Déterminer $p\left(A \cap B\right)$.
3. Déterminer la valeur qu'il faut donner à x pour que $p(B) = 0{,}64$.
4. Calculer alors $p_B(A)$.

▶ Exercice n°3

On choisit au hasard un salarié d'une entreprise comprenant 20% de cadres et 80% d'employés. On sait que 40% des cadres et 15% des employés parlent l'anglais.
On note :
- C l'événement « le salarié est un cadre » ;
- E l'événement « le salarié est un employé » ;
- A l'événement « le salarié parle l'anglais » ;

1. Compléter l'arbre pondéré suivant pour qu'il corresponde à la situation :



2. Calculer la probabilité des événements suivants :
   a) « le salarié est un cadre parlant l'anglais »
   b) « le salarié parle l'anglais »
3. Sachant que le salarié parle anglais, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un cadre ?

▶ Exercice n°4

Amateur de sudoku (jeu consistant à compléter une grille de nombres), Pierre s'entraîne sur un site internet.
40% des grilles de sudoku qui y sont proposées sont de niveau facile, 30% sont de niveau moyen et 30% de niveau difficile.
Pierre sait qu'il réussit les grilles de sudoku de niveau facile dans 95% des cas, les grilles de sudoku de niveau moyen dans 60% des cas et les grilles de sudoku de niveau difficile dans 40% des cas.
Une grille de sudoku lui est proposée de façon aléatoire.
On considère les événements suivants :

F : « la grille est de niveau facile »

M : « la grille est de niveau moyen »

D : « la grille est de niveau difficile »

R : « Pierre réussit la grille » et R son événement contraire.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que la grille proposée soit difficile et que Pierre la réussisse.
3. Calculer la probabilité que le grille proposée soit facile et que Pierre ne la réussisse pas.
4. Calculer la probabilité que Pierre réussisse la grille proposée.
5. Sachant que Pierre n'a pas réussi la grille proposée, quelle est la probabilité que ce soit une grille de niveau moyen ?

▶ Exercice n°5

Une entreprise fabrique des téléphones portables.

1. Une étude sur un échantillon de téléphones fabriqués par l'entreprise indique que 10% d'entre eux sont défectueux. On fait subir à chaque téléphone de l'échantillon un test de qualité.
   On constate que :
   - quand un téléphone est défectueux, il est refusé au test de qualité dans 96% des cas ;
   - quand un téléphone n'est pas défectueux, il est quand même refusé au test de qualité dans 6% des cas.

   On choisit au hasard un téléphone de l'échantillon et on note :
   - D l'évènement « le téléphone est défectueux » ;
   - R l'évènement « le téléphone est refusé au test de qualité ».

   a) Traduire à l'aide d'un arbre pondéré la situation décrite ci-dessus.

   b) Calculer la probabilité que le téléphone soit refusé au test de qualité.

   c) Calculer la probabilité que le téléphone ne soit pas défectueux sachant qu'il a été refusé au test de qualité.

2. Pour engager des nouveaux commerciaux, l'entreprise organise des tests de sélection. 60% des candidats qui se sont présentés au test de sélection étaient des hommes et, parmi eux, 80% n'ont finalement pas été engagés par l'entreprise à l'issue du test.
   On choisit au hasard un candidat au test de sélection et on note :
   - H l'évènement « le candidat est un homme » ;
   - F l'évènement « le candidat est une femme » ;
   - E l'évènement « le candidat a été engagé par l'entreprise à l'issue du test » ;
   - x la probabilité que le candidat ait été engagé sachant que c'est une femme.

   Déterminer la valeur de x sachant que, sur tous les candidats (hommes et femmes confondus) qui se sont présentés au test, 24% ont finalement été engagés par l'entreprise à l'issue du test.

▶ Exercice n°6

Ce tableau incomplet donne la répartition de 60 salariés d'une entreprise.

	Cadres	Employés
Hommes		25
Femmes	8	15

On interroge un salarié au hasard : quelle est la probabilité que ce soit une femme sachant que c'est un cadre ?

▶ Exercice n°7

Deux événements A et B sont indépendants, calculer $p(A \cup B)$ sachant que $p(A) = 0{,}2$ et $p(B) = 0{,}5$.

▶ Exercice n°8

On lance un dé. On note A l'événement « obtenir un nombre supérieur ou égal à 3 » et B l'événement « obtenir un multiple de 3 ».

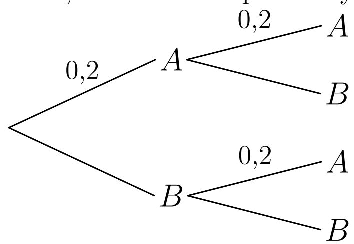
1. Calculer $p(A)$, $p(B)$ et $p(A \cap B)$.
2. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

▶ Exercice n°9

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes. Les événements A : « obtenir une dame » et B : « obtenir une carte rouge » sont-ils indépendants ?

▶ Exercice n°10

L'arbre pondéré ci-dessous modélise la répétition, de façon identique et indépendante, d'une même épreuve ayant pour seules issues A et B.

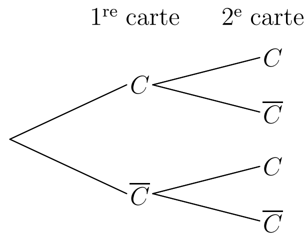


1. Compléter l'arbre.
2. Déterminer la probabilité p que l'événement B ne soit réalisé qu'une seule fois après les deux épreuves.

▶ Exercice n°11

On tire deux cartes avec remise dans un jeu de 32 cartes et on s'intéresse uniquement au fait de savoir si les cartes tirées sont des carreaux ou non.

1. On note C l'événement « la carte est un carreau » lors du tirage d'une carte.
   Compléter l'arbre pondéré répondant à la situation :



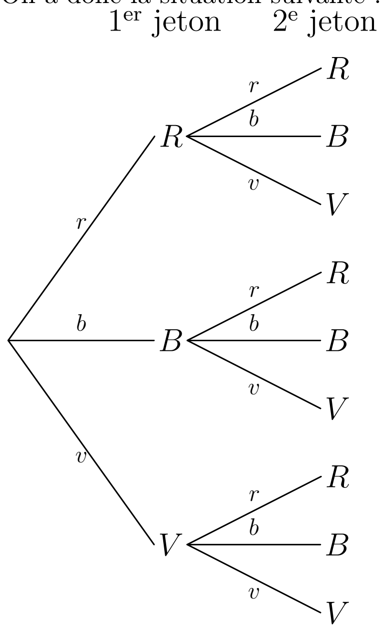
2. Déterminer la probabilité des événements suivants :
   - A : « sur les 2 cartes tirées, il y a un carreau et un seul »
   - B : « sur les 2 cartes tirées, il n'y a aucun carreau »

▶ Exercice n°12

Une urne contient un certain nombre de jetons rouges, bleus et verts et on tire deux jetons avec remise. On sait que :
- La probabilité d'obtenir deux jetons rouges est égale à 0,09 ;
- La probabilité que l'un des jetons soit rouge et que l'autre soit bleu est égal est égale à 0,12.

On note lors du tirage d'un jeton :
- R, l'événement « le jeton tiré est rouge » et r sa probabilité ;
- B, l'événement « le jeton tiré est bleu » et b sa probabilité ;
- V, l'événement « le jeton tiré est vert » et v sa probabilité ;

On a donc la situation suivante :



1. Déterminer les valeurs de r, b et v.
2. En déduire la probabilité des événements suivants :
   - A : « obtenir 2 jetons verts »
   - B : « obtenir un jeton bleu et un jeton vert »

▶ Exercice n°13

Le président d'une association organise une tombola. Tous les billets, au nombre de 500, sont vendus.
L'un des billets permet de gagner un lot d'une valeur de 124 euros, 9 billets permettent chacun de gagner un lot d'une valeur de 14 euros, 50 billets sont remboursés, les autres sont perdants.

1. Les billets sont vendus 1 euro. Que rapportera la tombola à l'association ?
2. On note X le gain effectif obtenu par un joueur (c'est à dire la différence entre la somme gagnée et la somme misée).
   a) Déterminer la loi de probabilité associée à X.
   b) Calculer l'espérance de X. Que représente-t'elle ?

▶ Exercice n°14

Dans un jeu de 32 cartes, on associe à chaque carte une valeur en euros suivant le tableau ci-dessous :

Carte	As	Roi	Dame	Valet	Dix	Neuf	Huit	Sept
Valeur	13	11	11	5	5	5	3	1

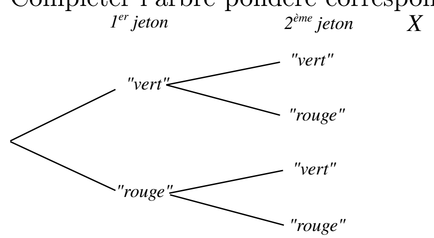
Un joueur mise 5 euros, tire une carte au hasard et reçoit la valeur en euros associée à cette carte.
On note X la variable aléatoire correspondante au gain effectif (différence entre la somme gagnée et la somme misée).

1. Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance.
2. Calculer la probabilité que le joueur perde de l'argent.

▶ Exercice n°15

Une urne contient 2 jetons verts et un jeton rouge. On tire 2 jetons avec remise.

1. Compléter l'arbre pondéré correspondant à la situation :



2. On note X la variable aléatoire égale au nombre de jetons verts obtenus.
   Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance.

▶ Exercice n°16

Le tableau suivant représente la loi de probabilité associée à une variable aléatoire.

Valeurs possibles de X	-1	0	1	2
Probabilités	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	p	$\frac{1}{8}$

1. Déterminer la valeur de p.
2. Calculer $p(X \geqslant 0)$ et $p(X < 1)$.

▶ Exercice n°17

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.

- Si la carte tirée est un as, on gagne 10 points.
- Si la carte tirée est un roi, on gagne 4 points.
- Si la carte tirée est une dame, on gagne 1 point.

Pour toutes les autres cartes, on perd un certain nombre a de points ($a > 0$).

1. Définir la loi de probabilité de X, la variable aléatoire égale au nombre de points obtenus.
2. Déterminer la valeur de a pour laquelle l'espérance mathématique est nulle.

▶ Exercice n°18

Un jeu consiste à lancer deux dés, un rouge et un noir. Pour pouvoir jouer il faut payer 1 euro. On gagne 3 euros si la somme des points est supérieure ou égale à 9, 1 euro si la somme des points est inférieure ou égale à 4 et rien dans les autres cas.

On cherche à savoir combien peut-on espérer gagner en moyenne si on joue un grand nombre de fois à ce jeu. Pour cela, on appelle « gain effectif », la différence entre la somme gagnée et la somme misée.

1. Compléter le tableau suivant en indiquant dans chaque case la somme des points obtenus :

dé rouge/dé noir	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

2. Compléter alors le tableau suivant donnant la probabilité d'obtenir toutes les sommes de points possible :

somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
probabilité											

3. On note X la variable aléatoire qui donne le gain effectif obtenu par un joueur. Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance.