

Inégalités

► Exercice n°1

Compléter les encadrements suivants :

1. si $1 \leq x \leq \frac{3}{2}$ alors $\leq -2x \leq$ donc $\leq -2x + 1 \leq$
2. si $-4 < x < -\frac{1}{2}$ alors $< 3x <$ donc $< 3x - 1 <$
3. si $-2 < x < \sqrt{2}$ alors $< -x <$ donc $< 2 - x <$
4. si $-5 \leq x \leq 2$ alors $\leq -x \leq$ donc $\leq 4 - x \leq$
5. si $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ alors $\leq x^2 \leq$ donc $\leq x^2 - 4 \leq$
6. si $\frac{3}{2} \leq x \leq 7$ alors $\leq \frac{1}{x} \leq$ donc $\leq \frac{2}{x} \leq$
7. si $-6 \leq 12x \leq 2$ alors $\leq x \leq$
8. si $-4 < 3x - 1 < 8$ alors $< 3x <$ donc $< x <$
9. si $-\frac{3}{2} \leq 1 - 2x \leq \frac{5}{4}$ alors $\leq -2x \leq$ donc $\leq x \leq$
10. si $-10 \leq 7 - x \leq 1$ alors $\leq -x \leq$ donc $\leq x \leq$
11. si $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{3}{4}$ alors $\leq x \leq$
12. si $3 \leq \frac{3}{x} \leq 12$ alors $\leq \frac{1}{x} \leq$ donc $\leq x \leq$

► Exercice n°2

On considère deux réels x et y tels que $1 \leq x \leq 3$ et $\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}$.

1. Déterminer un encadrement de $x + y$, xy , $x + 2y$ et $-3xy$.
2. Déterminer un encadrement de $-y$. En déduire celui de $x - y$.
3. Déterminer un encadrement de $\frac{1}{y}$. En déduire celui de $\frac{x}{y}$.

► Exercice n°3

On considère deux réels x et y tels que $-2 < x < -1$ et $3 < y < 6$.

1. Déterminer un encadrement de $-x$. En déduire celui de $-xy$, puis de xy .
2. Déterminer un encadrement de $\frac{1}{y}$. En déduire celui de $\frac{-x}{y}$, puis de $\frac{x}{y}$.

► Exercice n°4

On considère deux réels x et y tels que $-4 < x < -1$ et $-3 < y < -2$.
Déterminer un encadrement de xy et de $\frac{x}{y}$.

► Exercice n°5

Soit x un réel tel que $2 \leq x \leq 5$.

Déterminer un encadrement de x^2 , \sqrt{x} , $\frac{1}{x}$, $3x^2 - 1$, $\frac{2}{x} - 1$, $\sqrt{x} - x^2$.

► Exercice n°6

Écrire sous forme d'intervalles les ensembles de réels définis par :

- | | | |
|--|---------------------------------|--------------------|
| a) $3 \leq x \leq 4$ | b) $4 < x < 7$ | c) $-2 < x \leq 5$ |
| d) $-\frac{1}{4} \leq x < \frac{1}{2}$ | e) $\sqrt{2} < x \leq \sqrt{3}$ | f) $x \leq 2$ |
| g) $x \geq -\frac{1}{4}$ | h) $x < \sqrt{3}$ | |

► Exercice n°7

L'épaisseur d'un écran e doit être comprise :

- dans l'intervalle $[0,67 ; 0,69]$, selon la norme européenne ;
- dans l'intervalle $[0,68 ; 0,72]$, selon la norme américaine ;

Un fabricant désire respecter les deux normes. Dans quel intervalle doit se situer l'épaisseur des écrans qu'il fabrique ?

► Exercice n°8

Déterminer les intersections et réunions d'intervalles suivantes :

- | | | |
|--|--|--|
| a) $] -3; 4[\cap] 2; 7[$ | b) $] -\frac{1}{2}; 8[\cap] 4; 6[$ | c) $] -2; 4[\cap] 4; 6[$ |
| d) $] -8; 4[\cap] 10; 20[$ | e) $] 2; 5[\cap] 3; 6[$ | f) $] -3; 3[\cap] \frac{1}{2}; 5[\cap] -1; 2[$ |
| g) $] -\frac{7}{4}; +\infty[\cap] -\infty; 1[$ | h) $] \frac{3}{2}; +\infty[\cap] -6; \frac{1}{3}[$ | i) $] 5; 10[\cup] 3; 6[$ |
| j) $] 2; 6[\cup] 4; +\infty[$ | k) $] 5; 14[\cup] -7; 9[$ | l) $] 8; 12[\cup] 7; 8[$ |

► Exercice n°9

a et b étant deux réels strictement positifs.

1. Calculer $\left[(\sqrt{a} + \sqrt{b}) - \sqrt{a+b} \right] \times \left[(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + \sqrt{a+b} \right]$. En déduire que ce produit est strictement positif.
2. En déduire que $(\sqrt{a} + \sqrt{b}) - \sqrt{a+b}$ est toujours strictement positif et que, pour tous réels a et b strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.