

# Calcul numérique et algébrique

## ► Exercice n°1

Mettre une croix dans les cases qui conviennent :

	entier	décimal	rationnel	irrationnel
3,5				
$\frac{42}{7}$				
$\frac{3}{4}$				
$\frac{6}{7}$				
$\sqrt{5}$				
$\sqrt{81}$				
0,00032				

## ► Exercice n°2

Compléter les phrases suivantes par « multiple » ou « diviseur » :

- 75 est un ..... de 5.
- 11 est un ..... de 99.
- 3 est un ..... de 243.

## ► Exercice n°3

Compléter les phrases suivantes :

- Si le chiffre des unités d'un nombre entier est 0, 2, 4, 6 ou 8 alors ce nombre est divisible par .....
- Si le chiffre des unités d'un nombre entier est 0 ou 5 alors ce nombre est divisible par .....
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3 alors ce nombre est divisible par .....
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9 alors ce nombre est divisible par .....

## ► Exercice n°4

- Déterminer les cinq premiers multiples de 54.

- Déterminer les cinq premiers multiples de 90.

- Deux bus A et B quittent une station en même temps. Le bus A revient à la station toutes les 54 minutes et le bus B toutes les 90 minutes. Au bout de combien de temps les deux bus se retrouveront-ils ensemble à cette station pour la première fois ?

## ► Exercice n°5

Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

	V	F
$3^3 \times 6$ est une décomposition de 162 en produit de facteurs premiers		
$2^4 \times 5$ est une décomposition de 80 en produit de facteurs premiers		
$\frac{18}{24}$ est une fraction irréductible		
$\frac{13}{24}$ est une fraction irréductible		
$\frac{25}{26} = \frac{5}{6}$		

## ► Exercice n°6

Écrire le résultat des opérations suivantes sous la forme d'une fraction irréductible :

- |  |   |   |
|--|---|---|
| a) $\frac{1}{3} + \frac{5}{2}$           | b) $\frac{1}{4} + \frac{4}{3}$            | c) $-\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$                 |
| d) $\frac{5}{12} - \frac{5}{8}$          | e) $\frac{7}{8} \times \frac{6}{13}$      | f) $5 - \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{2}\right)$ |
| g) $\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$ | h) $\frac{-3}{\frac{2}{3} - \frac{8}{7}}$ | i) $\frac{\frac{6}{35}}{\frac{3}{5}}$           |

## ► Exercice n°7

Réduire au même dénominateur et simplifier les expressions suivantes :

- |                                |                                   |                                  |
|--------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| a) $3x + \frac{1}{x}$          | b) $\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x}$  | c) $\frac{2}{x} - \frac{x}{2}$   |
| d) $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ | e) $\frac{b+1}{ab} - \frac{4}{a}$ | f) $\frac{x}{x+1} - \frac{1}{2}$ |

► **Exercice n°8**

Développer les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

- a)  $(x + 7)^2$                       b)  $(3x + 4)^2$                       c)  $(x - 6)^2$
- d)  $(1 - 4x)^2$                       e)  $\left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2$                       f)  $(2x - 7)(2x + 7)$
- g)  $\left(\frac{1}{3}x - 4\right)\left(\frac{1}{3}x + 4\right)$                       h)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$                       i)  $(3 - \sqrt{2})^2$
- j)  $\left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right)^2$                       k)  $(\sqrt{5} - 2\sqrt{2})(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$                       l)  $(3x + 1)^2 + (5x - 4)^2$

► **Exercice n°9**

Factoriser les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

- a)  $x^2 - 49$                       b)  $x^2 - \frac{1}{4}$                       c)  $4x^2 - 1$
- d)  $\frac{9}{4}x^2 - 16$                       e)  $x^2 - 3$                       f)  $(x + 1)^2 - 4$
- g)  $(2x - 1)^2 - (3x + 2)^2$                       h)  $x^2 + 2x + 1$                       i)  $x^2 + 6x + 9$
- j)  $9x^2 - 12x + 4$                       k)  $9x^2 - 6x + 1$                       l)  $\frac{1}{4}x^2 - x + 1$

► **Exercice n°10**

Factoriser les expressions suivantes en cherchant le meilleur facteur commun :

- a)  $x^2 - x$                       b)  $3(x + 1) + (x + 1)^2$
- c)  $(6x + 3) - 4x(2x + 1)$                       d)  $3(2x - 1) - (x + 2)(4x - 2)$
- e)  $4x^3 - 6x^2$                       f)  $(3x + 3)^2 - x(x + 1)$

► **Exercice n°11**

Factoriser les expressions suivantes :

- a)  $x^2 - 4 + (2x + 3)(x - 2)$                       b)  $4x(x^2 - 9) - x(x - 3)$
- c)  $(2x + 5)(4 + 2x) + 4 - x^2$                       d)  $(x - 3)(2x - 1)^2 - (4x - 12)$

► **Exercice n°12**

- Montrer que  $(x - 1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$ . En déduire une factorisation de  $x^2 - 2x - 3$ .
- Compléter l'égalité :  $x^2 + 2x - 8 = (x + \dots)^2 - \dots$ . En déduire une factorisation de  $x^2 + 2x - 8$ .
- Compléter l'égalité :  $x^2 - 4x - 5 = (x - \dots)^2 - \dots$ . En déduire une factorisation de  $x^2 - 4x - 5$ .

► **Exercice n°13**

Compléter les égalités suivantes :

- a)  $10^{\dots} \times 10^5 = 10^{-3}$                       b)  $10^{\dots} \times 10^{-4} = 10^7$                       c)  $\frac{10^{\dots}}{10^{-3}} = 10^{-1}$
- d)  $\frac{10^4}{10^{\dots}} \times 10^{-6} = 10^5$                       e)  $0,003 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{\dots}$                       f)  $123,12 \times 10^{\dots} = 1,2312 \times 10^{-5}$

► **Exercice n°14**

- Exprimer l'expression suivante avec une seule puissance de 2 :  $2^4 \times 2^8 \times (2^{-5})^3$
- Exprimer l'expression suivante avec une seule puissance de 3 :  $\frac{3^{-24} \times (3^4)^7}{3^5}$
- Exprimer l'expression suivante avec une seule puissance de 3 :  $(-3^4)^2 \times 9^6 \times 27^{-2}$
- Exprimer l'expression suivante avec uniquement des puissances de 3 et 10 :  $\frac{(3^3 \times 10^{-3})^2}{3 \times 10^{-8}}$
- Exprimer l'expression suivante avec uniquement des puissances de 2, 3 et 5 :  $\frac{(-18)^2 \times 5}{15^2 \times 3}$

► **Exercice n°15**

Écrire en notation scientifique les réels suivants :

- a)  $15,8 \times 10^2$                       b)  $135,33 \times 10^{-3}$                       c)  $0,002 \times 10^{-5}$
- d)  $0,071 \times 10^5$                       e)  $123,12 \times 10^3$                       f)  $-0,000134 \times 10^{-7}$

© Pascal Brachet - www.xmlmath.net - Licence CC BY NC SA - Utilisation commerciale interdite

► **Exercice n°16**

À l'aide de la calculatrice, calculer les nombres suivants et donner les résultats en notation scientifique :

a)  $(1,21 \times 10^{-3})^2$       b)  $(1,67265 \times 10^{-27}) \times (6,023 \times 10^{23})$

c)  $\frac{(5,04 \times 10^{31})^2}{2,14 \times 10^{23}}$

► **Exercice n°17**

On assimile une boîte de soda de 33 cL et de hauteur 115 mm à un cylindre. Sachant que le volume  $V$  d'un cylindre de rayon  $R$  et de hauteur  $h$  est égal à  $V = \pi R^2 h$ , calculer le rayon (à 1 mm près) de la boîte de soda.

► **Exercice n°18**

Simplifier l'écriture des réels suivants :

a)  $(\sqrt{7})^2$       b)  $(-2\sqrt{3})^2$       c)  $(-4\sqrt{5})^2$

d)  $(2\sqrt{2})^3$       e)  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$       f)  $\frac{12\sqrt{5}}{\sqrt{3} \times \sqrt{15}}$

► **Exercice n°19**

Développer et simplifier les expressions suivantes :

a)  $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})$       b)  $(2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1)$

c)  $(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 + (\sqrt{15} - 1)^2$       d)  $(\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}})^2$

► **Exercice n°20**

Écrire sans racine au dénominateur les nombres suivants :

a)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$       b)  $-\frac{2}{\sqrt{7}}$       c)  $\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

d)  $\frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$       e)  $\frac{1}{3 - \sqrt{2}}$       f)  $\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$

► **Exercice n°21**

Montrer que pour tout réel  $x$  positif différent de 1, on a :  $\frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{2}{1 - x}$

► **Exercice n°22**

Les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle ont pour dimension  $2\sqrt{2}$  et  $2 - \sqrt{2}$ . Calculer les valeurs exactes de son hypoténuse et de son périmètre.

► **Exercice n°23**

- Soit  $n$  un entier impair et  $k$  l'entier tel que  $n = 2k + 1$ .
  - Développer  $(2k + 1)^2$ .
  - $n^2$  est-il pair ou impair ?
  - Compléter les phrases suivantes :  
« Le carré d'un entier impair est forcément ..... Donc si le carré d'un entier est pair, cet entier est forcément ..... »
- On cherche à montrer que  $\sqrt{2}$  ne peut pas être rationnel en montrant que si  $\sqrt{2}$  pouvait être égal à une fraction irréductible  $\frac{p}{q}$  ( $p$  et  $q$  entiers) on aboutirait à une contradiction.
  - Montrer que si  $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$  alors on aurait  $p^2 = 2q^2$  et donc que  $p^2$  et  $p$  seraient pairs.
  - En remplaçant  $p$  par  $2k$  dans  $p^2 = 2q^2$ , montrer que si  $p$  était pair alors  $q^2$  et  $q$  le seraient aussi. La fraction  $\frac{p}{q}$  pourrait-elle être alors irréductible ?

► **Exercice n°24**

Montrer que le produit de deux entiers impairs est forcément impair.

► **Exercice n°25**

1. Que fait l'algorithme ci-dessous :

```

Variables: i
1: DEBUT_ALGORITHME
2:   POUR i ALLANT_DE 1 A 10
3:     AFFICHER i3
4:     FIN_POUR
5: FIN_ALGORITHME

```

2. Que fait ce deuxième algorithme :

```

Variables: i
1: DEBUT_ALGORITHME
2:   i ← 1
3:   TANT_QUE (i3 < 500) FAIRE
4:     i ← i+1
5:   FIN_TANT_QUE
6:   AFFICHER i
7: FIN_ALGORITHME

```