

► Exercice n°1

Pour tester si un système de production d'électricité par géothermie est viable dans une commune, on entreprend un forage. On note

- U_0 le coût en euros du creusement du **premier** mètre ;
- U_1 le coût en euros du creusement du **deuxième** mètre ;
- U_2 le coût en euros du creusement du **troisième** mètre ;
- etc.

On suppose que $U_0 = 90$, $U_1 = 110$, $U_2 = 130$ et ainsi de suite en augmentant toujours de 20 euros.

1. La suite (U_n) est-elle arithmétique ou géométrique ? (*la réponse devra être justifiée à l'aide de l'énoncé et sans calculs*)
2. Calculer le coût du creusement du 50^{ème} mètre du forage. (*on veillera à ne pas se tromper sur le rang du terme de la suite à calculer...*)
3. Calculer le coût **total** pour creuser les 50 **premiers** mètres du forage.
4. Montrer que pour tout entier $n \geq 1$, on a $U_{n-1} = 70 + 20n$.
5. Calculer, en fonction de n , la somme $U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1}$.
6. En déduire, la profondeur de forage que l'on peut atteindre pour un coût **total** égal à 56090 euros. (*la réponse devra être obtenue en résolvant une équation et pas en testant des valeurs par tâtonnement*)

► Exercice n°2

Un salarié embauché dans une entreprise le 1er Janvier 2026 se voit offrir la première année un salaire annuel de $U_0 = 18000$ euros. Le contrat de travail du salarié prévoit que son salaire (prime comprise) augmente chaque année de 2% auquel s'ajoute une prime annuelle de 100 euros. On note U_n le salaire annuel reçu par ce salarié pendant l'année 2026 + n . On a donc (et on admettra que) $U_{n+1} = 1,02U_n + 100$, pour tout entier positif n .

1. On considère la suite (V_n) définie par $V_n = U_n + 5000$.
 - a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme V_0 .
 - b) Exprimer V_n en fonction de n .
 - c) Exprimer la somme $V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ en fonction de n .
2. Exprimer U_n en fonction de n .
3. Calculer ce que sera le salaire annuel du salarié en 2036. (*le résultat sera arrondi au centime près*)
4. Quelle est la somme totale des salaires X qu'aura reçue le salarié pendant ses **10 premières années** dans l'entreprise ? (*le résultat sera arrondi au centime près*)
5. Justifier mathématiquement, en calculant $U_{n+1} - U_n$, que la suite (U_n) est croissante.
6. Compléter la troisième ligne du script python ci-dessous pour qu'il permette de déterminer l'année à partir de laquelle le salaire annuel du salarié sera strictement supérieur à 24000 euros.

```
annee=2026
U=18000
while
    U=1.02*U+100
    annee=annee+1
    print(annee)
```