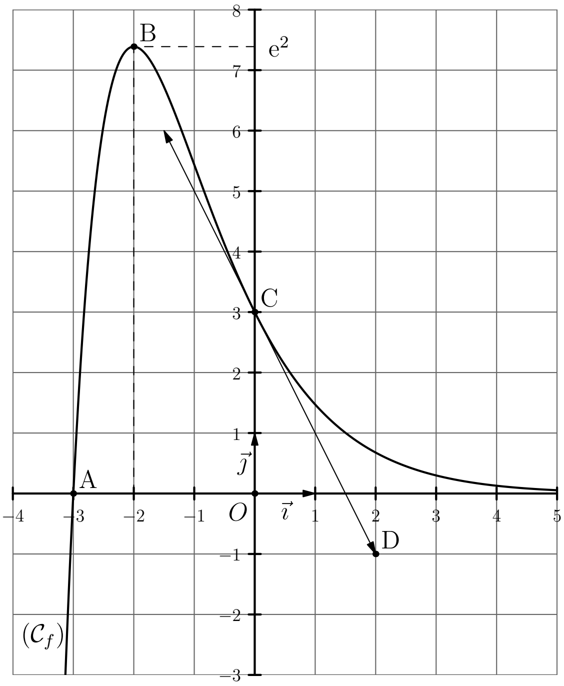
► Exercice n°1

La courbe $(\mathcal{C}_f)$ de la figure ci-dessous est une partie de la courbe représentative, relativement à un repère orthogonal, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-4\ ;\ +\infty[$.



On donne les renseignements suivants :

- les points A$(-3\ ;\ 0)$, B$\left(-2\ ;\ \mathrm{e}^2\right)$ et C$(0\,;\,3)$ sont des points de la courbe $(\mathcal{C}_f)$;
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$;
- la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[-2\ ;\ +\infty[$;
- la tangente à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ en son point C passe par le point D$(2\ ;\ -1)$ et est située en dessous de la courbe.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

Pour chacune des propositions suivantes, **dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse** à l'aide des renseignements ci-dessus ou du graphique.

- Proposition 1 : La courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet une asymptote horizontale.
- Proposition 2 : $\ln\left[f(-2)\right] = 2$.
- Proposition 3 : $\mathrm{e}^{f(-3)} = 0$.
- Proposition 4 : $f'(0) = -\dfrac{1}{2}$.
- Proposition 5 : Pour tout x de l'intervalle $[-2\ ;\ +\infty[$, on a : $f'(x) \leqslant 0$.
- Proposition 6 : f est concave sur $[-2\ ;\ +\infty[$.

► Exercice n°2

Après une injection intraveineuse de glucose, la glycémie (taux de glucose sanguin) peut-être modélisée par une fonction g de la forme $g(t) = A\mathrm{e}^{-Kt}$ où t est le temps écoulé en minutes depuis un instant choisi comme origine du temps et A et K sont des constantes.

1. Justifier qu'à l'instant $t = 0$, la glycémie est égale à A.
2. Une étude sur un patient a montré que sa glycémie était égale à 2 à l'instant $t = 0$ et que la constante K qui lui correspond est égal à $0,016$. On a donc $g(t) = 2\mathrm{e}^{-0,016t}$.
   a) Déterminer la glycémie de ce patient à $t = 10$ minutes. On donnera une valeur approchée du résultat à $0,01$ près.
   b) Justifier mathématiquement que $\lim\limits_{t\to+\infty} g(t) = 0$.
   c) Justifier mathématiquement que g est strictement décroissante sur $[0\,;\,+\infty[$.
   d) Déterminer, en résolvant l'équation $g(t) = 1$, au bout de combien de temps la glycémie du patient est divisée par deux depuis l'instant choisi comme origine du temps. On donnera une valeur approchée du résultat à 1 minute près.