

## 1 L'essentiel du cours

Si dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on a  $A \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$  et  $B \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$  alors :

- le vecteur  $\vec{AB}$  est tel que :  $\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ .
- le milieu  $I$  de  $[AB]$  est tel que :  $I \begin{pmatrix} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{pmatrix}$ .
- la distance  $AB$  est telle que  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ . (si le repère est orthonormé)

Si dans une base  $(\vec{i}, \vec{j})$ , on a  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  alors :

- pour tout réel  $k$ ,  $k\vec{u} \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$  et  $\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$ .
- le déterminant de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  est le réel noté  $\det(\vec{u}, \vec{v})$  tel que :

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - yx'$$

- les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont **colinéaires** si et seulement si  $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$ .
- la **norme** du vecteur  $\vec{u}$  (c'est à dire sa longueur) est le réel noté  $\|\vec{u}\|$  tel que :  
 $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ . (si la base est orthonormée)

## 2 Comment déterminer les coordonnées d'un point $M$ défini par une relation vectorielle ?

**Méthode générale :**

- On pose  $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ .
- On exprime la relation vectorielle avec les coordonnées.
- En utilisant que deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes abscisses et les mêmes ordonnées, on en déduit les valeurs de  $x$  et  $y$ .

**Exemple :** On considère les points  $A \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  et  $B \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Déterminons les coordonnées du point  $M$  tel que  $\vec{AM} = 3\vec{AB}$ .

On pose  $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ . On a  $\vec{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$  et, donc,  $3\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 15 \end{pmatrix}$

Comme  $\vec{AM} \begin{pmatrix} x - 2 \\ y + 1 \end{pmatrix}$ , on en déduit que  $\begin{cases} x - 2 = 13 \\ y + 1 = 15 \end{cases}$ .

On a donc  $x = 15$  et  $y = 14$ . D'où,  $M \begin{pmatrix} 15 \\ 14 \end{pmatrix}$ .

### 3 Comment montrer que trois points $A$ , $B$ et $C$ sont alignés connaissant leurs coordonnées ?

**Méthode générale :**

- On détermine les coordonnées des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$ .
- On vérifie que le déterminant de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$  est nul.

(ce qui prouve leur colinéarité et l'alignement des points)

**Exemple :** Montrons que les points  $A \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $B \begin{pmatrix} 3 \\ 13 \end{pmatrix}$  et  $C \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix}$  sont alignés.

On a  $\vec{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$  et  $\vec{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ .

Donc,  $\det(\vec{AB}, \vec{AC}) = \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} = 6 \times 6 - 9 \times 4 = 36 - 36 = 0$ .

Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont bien alignés.