

Vecteurs : exercices

Les réponses (non détaillées) aux questions sont disponibles à la fin du document

Exercice 1 :

Simplifier les expressions suivantes en utilisant la relation de Chasles :

1) $\vec{AB} - \vec{AC} - \vec{CB}$

4) $\vec{AC} + 2\vec{CB} + \vec{BA}$

2) $\vec{BC} - \vec{BA} + \vec{BD} - \vec{BC}$

5) $2\vec{AB} - \vec{BC} - \vec{CA}$

3) $\vec{AB} - \vec{AC} + \vec{BC} - \vec{BA}$

Exercice 2 :

Développer et simplifier les expressions suivantes :

1) $\vec{u} - 2(\vec{u} + \vec{v}) - \frac{1}{3}\vec{v}$

3) $\frac{1}{2}(\vec{u} - \vec{v}) - \frac{1}{3}(\vec{u} + \vec{v})$.

2) $-\frac{2}{5}\vec{u} + \vec{u} - \frac{1}{4}(\vec{u} - \vec{v})$

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle. On considère les points D et E tels que $\vec{AD} = \frac{3}{2}\vec{AB}$ et $\vec{DE} = \frac{3}{2}\vec{BC}$.

Montrer que $\vec{AE} = \frac{3}{2}\vec{AC}$.

Que peut-on en conclure sur les points A , E et C ?

Exercice 4 :

Soit ABC un triangle. On considère les points M , N et P tels que $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB}$; $\vec{CN} = \frac{1}{3}\vec{CA}$ et $\vec{CP} = \frac{1}{3}\vec{BC}$.

Montrer que $\vec{MN} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$, puis que $\vec{NP} = \vec{MN}$.

Que peut-on en conclure ?

Exercice 5 :

Soit ABC un triangle. On considère les points E et F tels que $\vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{BC}$ et $\vec{AF} = \frac{3}{2}\vec{AC} + \vec{BA}$.

Exprimer \vec{EF} en fonction de \vec{BC} .

Que peut-on en déduire sur les droites (EF) et (BC) ?

Exercice 6 :

Soit ABC un triangle. On considère les points D et E tels que $\vec{BD} = \frac{1}{3}\vec{BC}$ et $\vec{AE} = \vec{AC} + 2\vec{AB}$.

Montrer que les points A , D et E sont alignés.

Réponses exercice 1 :

1) $\vec{0}$

4) \vec{CB}

2) \vec{AD}

5) $3\vec{AB}$

3) \vec{AB}

Réponses exercice 2 :

$$1) -\vec{u} - \frac{7}{3}\vec{v}$$

$$2) \frac{7}{20}\vec{u} + \frac{1}{4}\vec{v}$$

$$3) \frac{1}{6}\vec{u} - \frac{5}{6}\vec{v}$$

Réponses exercice 3 :

$$\vec{AE} = \vec{AD} + \vec{DE} = \dots = \frac{3}{2}\vec{AC}. \text{ Les points } A, E \text{ et } C \text{ sont alignés.}$$

Réponses exercice 4 :

$$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AC} + \vec{CN} = \dots = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$$

$$\vec{NP} = \vec{NC} + \vec{CP} = \dots = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$$

N est le milieu de $[MP]$.

Réponses exercice 5 :

$$\vec{EF} = \vec{EA} + \vec{AF} = \dots = \frac{1}{2}\vec{BC}. \text{ Les droites } (EF) \text{ et } (BC) \text{ sont parallèles.}$$

Réponses exercice 6 :

On cherche à exprimer \vec{AD} en fonction de \vec{AE} en faisant apparaître \vec{AC} et \vec{AB} .

Comme l'énoncé nous donne \vec{BD} , on commence par décomposer \vec{AD} en $\vec{AB} + \vec{BD}$...

$$\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC} = \vec{AB} + \frac{1}{3}(\vec{BA} + \vec{AC}) = \dots = \frac{1}{3}(\vec{AC} + 2\vec{AB}) = \frac{1}{3}\vec{AE}.$$

Les points A, D et E sont alignés.