Vecteurs : exercices

Les réponses (non détaillées) aux questions sont disponibles à la fin du document

► Exercice n°1

Simplifier les expressions suivantes en utilisant la relation de Chasles :

1. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}$
2. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$
3. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$
4. $\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$
5. $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA}$

► Exercice n°2

Développer et simplifier les expressions suivantes :

1. $\overrightarrow{u} - 2\left(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\right) - \frac{1}{3}\overrightarrow{v}$
2. $-\frac{2}{5}\overrightarrow{u} + \overrightarrow{u} - \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\right)$
3. $\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\right) - \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\right)$.

► Exercice n°3

Soit ABC un triangle. On considère les points D et E tels que $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

Montrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

Que peut-on en conclure sur les points A, E et C ?

► Exercice n°4

Soit ABC un triangle. On considère les points M, N et P tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Montrer que $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$, puis que $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MN}$.

Que peut-on en conclure ?

► Exercice n°5

Soit ABC un triangle. On considère les points E et F tels que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$.

Exprimer $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$.

Que peut-on en déduire sur les droites (EF) et (BC) ?

► Exercice n°6

Soit ABC un triangle. On considère les points D et E tels que $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}$.

Montrer que les points A , D et E sont alignés.

Solutions

► Solutions exercice n°1

1. $\overrightarrow{0}$
2. $\overrightarrow{AD}$
3. $\overrightarrow{AB}$
4. $\overrightarrow{CB}$
5. $3\overrightarrow{AB}$

► Solutions exercice n°2

1. $-\overrightarrow{u} - \frac{7}{3}\overrightarrow{v}$
2. $\frac{7}{20}\overrightarrow{u} + \frac{1}{4}\overrightarrow{v}$
3. $\frac{1}{6}\overrightarrow{u} - \frac{5}{6}\overrightarrow{v}$

► Solutions exercice n°3

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \cdots = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$. Les points A, E et C sont alignés.

► Solutions exercice n°4

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \cdots = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CP} = \cdots = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

N est le milieu de $[MP]$.

► Solutions exercice n°5

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = \cdots = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. Les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

► Solutions exercice n°6

On cherche à exprimer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AE}$ en faisant apparaître $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$.
Comme l'énoncé nous donne $\overrightarrow{BD}$, on commence par décomposer $\overrightarrow{AD}$ en $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$...

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)=\cdots=\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}\right)=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AE}$.

Les points A, D et E sont alignés.