Valeur absolue - Seconde

https://www.xm1math.net

xm1math.net

1. Valeur absolue d'un réel

Définition

On appelle **valeur absolue** d'un réel x, le réel noté $|x|$, tel que :

- si $x \geqslant 0$ alors $|x| = x$;
- Si $x < 0$ alors $|x| = -x$.

Autrement dit, la valeur absolue d'un nombre est égale à lui-même si ce nombre est positif et est égale à son opposé si ce nombre est négatif.

Exemple(s)

- $|2| = 2$ car 2 est positif ;
- $|-3| = 3$ car -3 est négatif ;
- $|0| = 0$;
- $\left|1 - \sqrt{2}\right| = -1 + \sqrt{2}$ car $1 - \sqrt{2}$ est négatif.

Remarque(s)

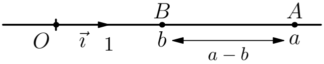
La valeur absolue d'un nombre est toujours positive ou nulle.

2. Distance de deux réels

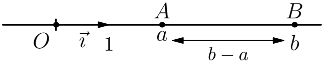
Introduction

Sur un axe $\left(O, \vec{i}\right)$, on considère les points A et B d'abscisses respectives a et b.

- Si $a \geqslant b$ *(ce qui revient à dire que* $a - b \geqslant 0$*)*, le point A est après le point B et la distance entre ces 2 points est égale à $a - b$;



- Si $a \leqslant b$ *(ce qui revient à dire que* $a - b \leqslant 0$*)*, le point A est avant le point B et la distance entre ces 2 points est égale à $b - a$.



Autrement dit,

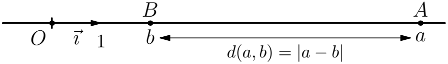
- Si $a - b \geqslant 0$, la distance AB est égale à $a - b$;
- Si $a - b \leqslant 0$, la distance AB est égale à $b - a$ (l'opposé de $a - b$).

Ce qui peut se résumer à dire que dans tous les cas, la distance AB est égale à la valeur absolue de $a - b$.

2. Distance de deux réels

Définition

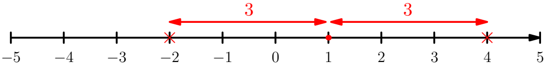
On appelle **distance de deux réels** a et b, le réel noté $d(a, b)$ égale à la distance entre les points d'abscisse a et b sur un axe $\left(O, \vec{i}\right)$. On a donc $d(a, b) = |a - b|$.



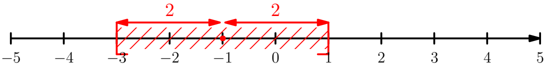
Cela permet d'interpréter des valeurs absolues en terme de distance entre deux points sur un axe.

Exemple(s)

1. Déterminer les réels x tels que $|x - 1| = 3$ revient à déterminer sur un axe les points d'abscisse x tels que $d(x, 1) = 3$. On en déduit que $|x - 1| = 3 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 4$.



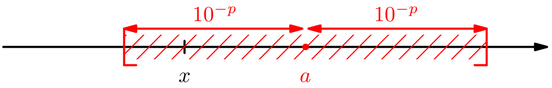
2. Déterminer les réels x tels que $|x + 1| \leqslant 2$ revient à déterminer sur un axe les points d'abscisse x tels que $d(x, -1) \leqslant 2$ car $|x + 1| = |x - (-1)|$. On en déduit que $|x + 1| \leqslant 2 \Leftrightarrow x \in [-3\,;\,1]$.



3. Valeur approchée d'un réel

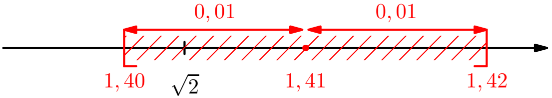
Définition

Pour tout entier positif p, dire que a est une **valeur approchée** du réel x à 10^{-p} près signifie que la distance entre x et sa valeur approchée est inférieure ou égale à 10^{-p}, ce qui équivaut à dire que $|x - a| \leqslant 10^{-p}$.



Exemple(s)

Dire que $1,41$ est une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à $0,01$ près signifie que la distance entre $\sqrt{2}$ et $1,41$ est inférieure ou égale à $0,01$, ce qui équivaut à dire que $1,40 \leqslant \sqrt{2} \leqslant 1,42$.



Fin du chapitre