Fonction exponentielle

▶ Exercice n°1

Compléter les égalités suivantes :

1. $e^4 \times e^2 = e^{\cdots}$ 2. $(e^{-x})^2 \times e^{3x} = e^{\cdots}$ 3. $\dfrac{e^{2x}}{e^{-3x}} = e^{\cdots}$ 4. $\dfrac{e^{4x} \times e^{-3x}}{e^{-x}} = e^{\cdots}$

5. $e^{\cdots} \times e^5 = e^{-3}$ 6. $e^{\cdots} \times e^{-4x} = e^{7x}$ 7. $\dfrac{e^{\cdots}}{e^{-3}} = e^{-1}$ 8. $\dfrac{e^{4x}}{e^{\cdots}} \times e^{-6x} = e^{5x}$

▶ Exercice n°2

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. l'équation $e^{-0,5x} = e^2$
2. l'équation $e^{x+2} = 1$
3. l'équation $e^x + 1 = 0$
4. l'équation $e^{x^2-x-11} = e$
5. l'inéquation $e^{2x} \geqslant e^{x+1}$
6. l'inéquation $e^{-x} - 1 < 0$

▶ Exercice n°3

Dériver la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans les cas suivants :

1. f définie par $f(x) = xe^x$
2. f définie par $f(x) = \dfrac{x^2}{e^x}$
3. f définie par $f(x) = (1 - x^2)e^x$
4. f définie par $f(x) = \dfrac{1}{3 + e^x}$
5. f définie par $f(x) = (1 - e^x)^2$
6. f définie par $f(x) = e^{-0,8x}$
7. f définie par $f(x) = 3e^{2x} + 5e^{-x}$
8. f définie par $f(x) = 2xe^{-0,5x}$

▶ Exercice n°4

Étudier les variations sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie par $f(x) = 2xe^x$.

▶ Exercice n°5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x+1}{e^x}$ et C_f sa courbe représentative.

1. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer les coordonnées du point A, intersection entre C_f et l'axe des abscisses.
3. Déterminer une équation de T, la tangente à la courbe C_f au point A.

▶ Exercice n°6

Après une injection intraveineuse de glucose, la glycémie (taux de glucose sanguin) peut-être modélisée par une fonction g de la forme $g(t) = Ae^{-Kt}$ où t est le temps écoulé en minutes depuis un instant choisi comme origine du temps et A et K sont des constantes.

1. Justifier qu'à l'instant $t = 0$, la glycémie est égale à A.
2. Une étude sur un patient a montré que sa glycémie était égale à 2 à l'instant $t = 0$ et que la constante K qui lui correspond est égal à 0,016. On a donc $g(t) = 2e^{-0,016t}$.
   a) Déterminer la glycémie de ce patient à $t = 10$ minutes. On donnera une valeur approchée du résultat à 0,01 près.
   b) Justifier mathématiquement que g est strictement décroissante sur $[0\,;+\infty[$.

▶ Exercice n°7

La température, en degrés celsius, d'une réaction chimique à l'instant t, en minutes, est donnée par $f(t) = (20t + 10)e^{-0,5t}$.

1. Donner la température initiale (celle correspondant à $t = 0$).
2. La température de la réaction peut-elle passer en dessous de 0 ?
3. Étudier les variations de f sur $[0\,;+\infty[$.

▶ Exercice n°8

Le taux d'hydratation de la peau, x heures après avoir appliqué une crème solaire, est modélisé par la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = 50x\,e^{-0,5x+1}$.
En étudiant les variations de la fonction f sur $[0\,;+\infty[$, déterminer le moment où le taux d'hydratation est maximal.

▶ Exercice n°9

On admet que, pour emprunter 100 000 euros au taux annuel de 4% remboursable en t années ($t > 1$), le montant annuel à rembourser est donné (en milliers d'euros) par $f(t) = \dfrac{4}{1 - e^{-0,39t}}$.

1. Quelle est le montant annuel à rembourser si l'emprunt doit être remboursé sur 10 ans ? sur 15 ans ?
2. Justifier que la fonction f est décroissante sur $[1\,;+\infty[$.
3. a) Compléter les inégalités suivantes : $t > 0 \Rightarrow -0,39t < \ldots$
   $\Rightarrow e^{-0,39t} < \ldots\ldots \Rightarrow -e^{-0,39t} > \ldots\ldots \Rightarrow 1 - e^{-0,39t} > \ldots\ldots$.
   b) Montrer que pour tout $t \geqslant 1$, $f(t) - 4 = \dfrac{4\,e^{-0,39t}}{1 - e^{-0,39t}}$.
   c) Justifier que le montant annuel à rembourser est toujours supérieur à 4 000 euros.

▶ Exercice n°10

Montrer que la suite (U_n) définie par $U_n = 20 \times e^{-0,5n}$ est géométrique et préciser son sens de variation.

© Pascal Brachet - www.xm1math.net - Licence CC BY NC SA - Utilisation commerciale interdite