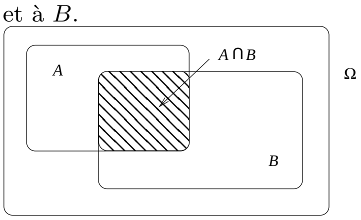
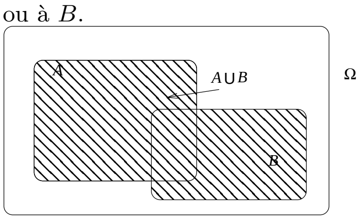
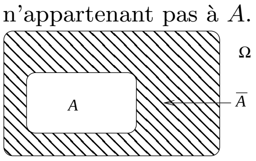
# 1. Rappels

## a) Langage des événements

On utilise l'exemple suivant : ≪ tirage au hasard d'une carte dans un jeu de 32 cartes ≫.
Lors d'une expérience aléatoire (due uniquement au hasard) :

| Vocabulaire | Exemple |
|---|---|
| On appelle **univers**, l'ensemble noté $\Omega$ de tous les résultats possibles. | |
| On appelle **événement**, toute partie de l'univers. | |
| On appelle **événement élémentaire**, tout événement ne comportant qu'un seul élément. | |
| Pour tous les événements $A$ et $B$ :<br>• L'événement $A \cap B$ ( ≪ $A$ ET $B$ ≫) est l'événement formé de tous les résultats possibles appartenant à $A$ et à $B$.<br><br>• L'événement $A \cup B$ ( ≪ $A$ OU $B$ ≫) est l'événement formé de tous les résultats possibles appartenant à $A$ ou à $B$.<br> | |
| Deux événements sont dits **incompatibles** (ou disjoints) si leur intersection est vide. | |
| On appelle **événement contraire** d'un événement $A$, l'événement noté $\overline{A}$ formé de tous les résultats possibles n'appartenant pas à $A$.<br> | |
| • L'événement correspondant à l'ensemble vide est dit **événement impossible**.<br>• L'événement correspondant à l'univers est dit **événement certain**. | |

## b) Loi de probabilité sur un univers fini

DÉFINITION

Etant donné une expérience aléatoire telle que l'univers $\Omega$ soit formé d'un nombre fini d'éléments $x_1, x_2, \cdots, x_n$.
On dit que l'on définit une loi de probabilité sur $\Omega$ lorsque :
- à chaque résultat possible $x_i$ on associe un nombre $p(x_i)$ compris entre 0 et 1.
- $p(x_1) + p(x_2) + \cdots + p(x_n) = 1$

$p(x_i)$ est appelé probabilité de l'événement élémentaire formé par $x_i$.
On appelle alors probabilité d'un événement $A$, le réel noté $p(A)$, égal à la somme des probabilités des événements élémentaires qui constituent $A$.

► *Exemple :*

PROPRIÉTÉ

- $p(\varnothing) = 0$ ; $p(\Omega) = 1$

Pour tous événements $A$ et $B$ :
- $0 \leqslant p(A) \leqslant 1$
- $p\left(\overline{A}\right) = 1 - p(A)$
- $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
  (si $A$ et $B$ sont incompatibles, $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$)

## c) Cas de l'équiprobabilité

DÉFINITION

On dit qu'il y a équiprobabilité lorsque tous les événements élémentaires ont la même probabilité.
La loi de probabilité est alors appelée loi équirépartie.

PROPRIÉTÉ

Pour un univers fini et dans une situation d'équiprobabilité, on a pour tout événement $A$ :
$p(A) = \dfrac{\text{nb d'éléments de A}}{\text{nb d'éléments de } \Omega} = \dfrac{\text{nb de cas favorables}}{\text{nb de cas possibles}}$

► *Exemple :*

- Les premières branches recoupent toutes les issues possibles de l'épreuve qui est répétée.
- La somme des probabilités inscrites sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1.
- Le produit des probabilités inscrites sur les branches d'un chemin donne la probabilité de l'intersection des événements placés sur ce chemin.
- La probabilité d'un événement de l'expérience aléatoire globale est la somme des probabilités des chemins qui conduisent à la réalisation de cet événement.

```
VARIABLES
  nb_tirages EST_DU_TYPE NOMBRE
  tirage EST_DU_TYPE NOMBRE
  nombresdesix EST_DU_TYPE NOMBRE
  lancer EST_DU_TYPE NOMBRE
  moyenne EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE nb_tirages
  nombresdesix PREND_LA_VALEUR 0
  POUR tirage ALLANT_DE 1 A nb_tirages
    DEBUT_POUR
    POUR lancer ALLANT_DE 1 A 3
      DEBUT_POUR
      SI (ALGOBOX_ALEA_ENT(1,6)==6) ALORS
        DEBUT_SI
        nombresdesix PREND_LA_VALEUR nombresdesix+1
        FIN_SI
      FIN_POUR
    FIN_POUR
  moyenne PREND_LA_VALEUR nombresdesix/nb_tirages
  AFFICHER moyenne
FIN_ALGORITHME
```

*Cet algorithme est disponible à l'adresse :* `http://www.xm1math.net/textes/premiereES.html`

Résultats que l'on peut obtenir avec l'algorithme :
*(les résultats diffèrent à chaque exécution de l'algorithme, mais la tendance reste la même)*

- Sur 100 lancers de 3 dés, le nombre moyen par tirage d'apparition d'un 6 est égal à $0,55$
- Sur 1000 lancers de 3 dés, le nombre moyen par tirage d'apparition d'un 6 est égal à $0,472$
- Sur 10000 lancers de 3 dés, le nombre moyen par tirage d'apparition d'un 6 est égal à $0,5056$
- Sur 100000 lancers de 3 dés, le nombre moyen par tirage d'apparition d'un 6 est égal à 0.49995

---


```
VARIABLES
  nb_tirages EST_DU_TYPE NOMBRE
  tirage EST_DU_TYPE NOMBRE
  nombresdesix EST_DU_TYPE NOMBRE
  lancer EST_DU_TYPE NOMBRE
  moyenne EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE nb_tirages
  nombresdesix PREND_LA_VALEUR 0
  POUR tirage ALLANT_DE 1 A nb_tirages
    DEBUT_POUR
    POUR lancer ALLANT_DE 1 A 3
      DEBUT_POUR
      SI (ALGOBOX_ALEA_ENT(1,6)==6) ALORS
        DEBUT_SI
        nombresdesix PREND_LA_VALEUR nombresdesix+1
        FIN_SI
      FIN_POUR
    FIN_POUR
  moyenne PREND_LA_VALEUR nombresdesix/nb_tirages
  AFFICHER moyenne
FIN_ALGORITHME
```

*Cet algorithme est disponible à l'adresse :* `http://www.xm1math.net/textes/premiereES.html`

Résultats que l'on peut obtenir avec l'algorithme :
*(les résultats diffèrent à chaque exécution de l'algorithme, mais la tendance reste la même)*

- Sur 100 lancers de 3 dés, le nombre moyen par tirage d'apparition d'un 6 est égal à $0,55$
- Sur 1000 lancers de 3 dés, le nombre moyen par tirage d'apparition d'un 6 est égal à $0,472$
- Sur 10000 lancers de 3 dés, le nombre moyen par tirage d'apparition d'un 6 est égal à $0,5056$
- Sur 100000 lancers de 3 dés, le nombre moyen par tirage d'apparition d'un 6 est égal à 0.49995