

Pourcentages : Résumé de cours et méthodes

1 Pourcentage d'une grandeur

DÉFINITION

La proportion en pourcentage d'une quantité A par rapport à une quantité totale B est égale à $\frac{A}{B} \times 100$ (en %)

Exemple :

La proportion en pourcentage de 18 élèves par rapport à un total de 120 élèves est égale à 15 % car $\frac{18}{120} \times 100 = 15$.

PROPRIÉTÉ

Prendre $x\%$ d'une grandeur revient à la multiplier par $\frac{x}{100}$.

Exemples :

• 5% de 640 euros représente $\frac{5}{100} \times 640 = 32$ euros.

• 1,5 litres représente 12,5% du volume total V d'un récipient. Pour calculer V , on exprime que $1,5 = \frac{12,5}{100} \times V$. D'où, $V = 1,5 \times \frac{100}{12,5} = 12$ litres.

2 Expression en pourcentage d'une augmentation ou d'une diminution

PROPRIÉTÉ

- Augmenter une grandeur de $x\%$ revient à la multiplier par $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$.
- Diminuer une grandeur de $x\%$ revient à la multiplier par $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$.

Exemples :

• Augmenter une grandeur de 3% revient à la multiplier par $1 + \frac{3}{100} = 1,03$.

• Augmenter une grandeur de 100% revient à la multiplier par $1 + \frac{100}{100} = 2$.

• Un produit coûte 500 euros. Après une augmentation de 4%, son prix sera égal à $\left(1 + \frac{4}{100}\right) \times 500 = 520$ euros.

• Diminuer une grandeur de 12% revient à la multiplier par $1 - \frac{12}{100} = 0,88$.

• Diminuer une grandeur de 50% revient à la multiplier par $1 - \frac{50}{100} = 0,5$.

• Une action valant 15 euros baisse de 6%. Sa nouvelle valeur est égale à $\left(1 - \frac{6}{100}\right) \times 15 = 14,1$ euros.

Remarque : $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ et $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$ sont appelés coefficients multiplicateurs.

PROPRIÉTÉ

Multiplier une grandeur par un coefficient t revient à lui appliquer une variation en pourcentage de $(t - 1) \times 100$.

Exemples :

• Multiplier une grandeur par 1,15 revient à lui appliquer une variation de 15 % car $(1,15 - 1) \times 100 = 15$. (cela correspond en fait à une hausse de 15%)

• Multiplier une grandeur par 0,64 revient à lui appliquer une variation de -36 % car $(0,64 - 1) \times 100 = -36$. (cela correspond en fait à une baisse de 36%)

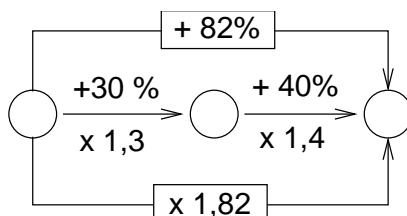
3 Application aux variations successives

PROPRIÉTÉ

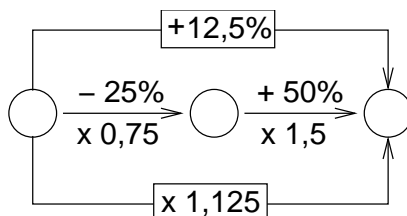
Lors d'augmentations ou de diminutions successives, les coefficients multiplicateurs se multiplient mais les pourcentages ne s'ajoutent pas.

Exemples :

- Augmenter une grandeur de 30%, puis de 40% ne revient pas à l'augmenter globalement de 70% ! En fait, on la multiplie par $\left(1 + \frac{30}{100}\right) = 1,3$, puis par $\left(1 + \frac{40}{100}\right) = 1,4$. Ce qui revient à la multiplier en tout par $1,3 \times 1,4 = 1,82$. Ce qui correspond à une hausse de 82 % car $(1,82 - 1) \times 100 = 82$.



- Diminuer une grandeur de 25%, puis l'augmenter de 50% ne revient pas à l'augmenter globalement de 25%. On la multiplie d'abord par $\left(1 - \frac{25}{100}\right) = 0,75$, puis par $\left(1 + \frac{50}{100}\right) = 1,5$. Ce qui revient à la multiplier en tout par $0,75 \times 1,5 = 1,125$. Ce qui correspond à une hausse de 12,5 % car $(1,125 - 1) \times 100 = 12,5$.



- Etant donné un capital de 1000 euros qui augmente de 3,5% par an. Chaque année, il est multiplié par $\left(1 + \frac{3,5}{100}\right) = 1,035$.

Au bout de 10 ans, ce capital aura donc atteint la somme de $(1,035)^{10} \times 1000 \approx 1410,60$ euros. Cela correspond à une hausse globale de 41 % car $(1,035^{10} - 1) \times 100 \approx 41$.

4 Evolution d'une grandeur en pourcentage

PROPRIÉTÉ

L'évolution en pourcentage d'une grandeur est égale à : $\frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} \times 100$.

Exemple :

Un produit passant de 64 à 72 euros subit une hausse de 12,5 % car $\frac{72 - 64}{64} \times 100 = 12,5$.

5 Indices et pourcentages

DÉFINITION

Soit une grandeur prenant les valeurs A_0, A_1, A_2, \dots aux instants t_0, t_1, t_2, \dots survenant à intervalles réguliers.

En prenant 100 pour base à la date t_0 :

- on appelle indice à l'instant t_1 , le nombre noté $I_{1/0}$ défini par $I_{1/0} = \frac{A_1}{A_0} \times 100$.

- on appelle indice à l'instant t_2 , le nombre noté $I_{2/0}$ défini par $I_{2/0} = \frac{A_2}{A_0} \times 100$.

- etc...

PROPRIÉTÉ

- Le pourcentage d'évolution de A_1 par rapport à A_0 est égal à $(I_{1/0} - 100)$.
- Le pourcentage d'évolution de A_2 par rapport à A_0 est égal à $(I_{2/0} - 100)$.
- etc...

Exemple : Chiffre d'affaire d'une entreprise

| Année | 1997 | 1998 | 1999 |
|------------------------------------|------|------------------------------------|------------------------------------|
| Chiffre d'affaire | 35 | 38 | 41 |
| Indice (base 100 en 1997) | 100 | $\frac{38}{35} \times 100 = 108,6$ | $\frac{41}{35} \times 100 = 117,1$ |
| Pourcentage d'évolution p/r à 1997 | | 8,6% | 17,1% |