Kit de survie - Première L

1 Pourcentages

Prendre x % d'une grandeur revient à la multiplier par $\frac{x}{100}$.

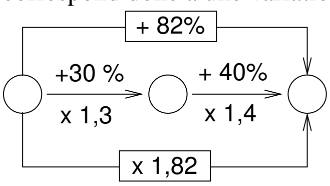
► *Exemple :* 5 % de 640 = $\frac{5}{100} \times 640 = 32$

La proportion en pourcentage d'une partie A par rapport à un total B est égale à : $\frac{A}{B} \times 100$ (en %).

► *Exemple :* La proportion en pourcentage de 18 par rapport à 120 est égale à $\frac{18}{120} \times 100 = 15$ %.

Augmenter une grandeur de x % revient à la multiplier par $\left(1+\frac{x}{100}\right)$.
Diminuer une grandeur de x % revient à la multiplier par $\left(1-\frac{x}{100}\right)$.
Multiplier une grandeur par un nombre t revient à lui appliquer une variation en pourcentage égale à $(t-1) \times 100$.

► *Exemples :*
- augmenter une valeur de 20 % revient à la multiplier par $\left(1+\frac{20}{100}\right) = 1,2$.
- multiplier une valeur par 1,03 revient à lui appliquer une augmentation de $(1,03-1) \times 100 =$3 % .
- le prix d'un produit valant 15 euros après une baisse de 6 % est égal à $\left(1-\frac{6}{100}\right) \times 15 = 0,94 \times 15 = 14,1$ euros.
- multiplier une valeur par 0,85 revient à lui appliquer une variation de $(0,85-1) \times 100 = -15\%$.
- Augmenter une grandeur de 30 %, puis de 40 % revient à la multiplier par : $\left(1+\frac{30}{100}\right) \times \left(1+\frac{40}{100}\right) = 1,3 \times 1,4 = 1,82$. Ce qui correspond donc à une variation globale de $(1,82-1) \times 100 = +82$ %.



• *Lors d'augmentations ou de baisses successives, les pourcentages ne s'ajoutent pas mais on multiplie les coefficients* $\left(1 \pm \frac{x}{100}\right)$

Variation d'une grandeur en pourcentage $= \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} \times 100$.

► *Exemple :* Un produit passant de 64 à 72 euros subit une hausse de $\frac{72-64}{64} \times 100 = 12,5$ %.

Prendre x % de y % d'une grandeur revient à prendre directement $\frac{xy}{100}$ % de cette grandeur.

► *Exemple :* Prendre 20 % de 45 % d'une quantité revient à prendre directement $\frac{20\times45}{100} = 9$ % de cette quantité.

2 Suites numériques

• Pour les suites définies de façon explicite, on a directement une formule permettant de calculer U_n en fonction de n.
• Pour les suites définies de façon récurrente, on a simplement une relation permettant de passer d'un terme U_n au terme suivant U_{n+1}.

► *Exemple de suite définie de façon explicite :*
Soit (U_n) la suite définie par $U_n = n^2 + 3$.
Pour calculer U_4, il suffit de remplacer directement n par 4. D'où $U_4 = 4^2 + 3 = 19$

► *Exemple de suite définie de façon récurrente :*
Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 5$ et $U_{n+1} = 1 + 2U_n$.
En remplacant n par 0, on a : $U_1 = 1 + 2U_0 = 1 + 2 \times 5 = 11$
En remplacant n par 1, on a : $U_2 = 1 + 2U_1 = 1 + 2 \times 11 = 23$ etc...
On ne peut calculer les termes que de proche en proche.

Pour étudier le sens de variation d'une suite, on calcule $U_{n+1} - U_n$:
• Si pour tout n, $U_{n+1} - U_n$ est positif alors la suite est croissante.
• Si pour tout n, $U_{n+1} - U_n$ est négatif alors la suite est décroissante.

► *Exemple :* Soit (U_n) la suite définie par $U_n = n^2$.
Pour tout n, $U_{n+1} - U_n = (n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1 \geqslant 0$. La suite est croissante.

Suites arithmétiques :
On passe d'un terme au terme suivant en ajoutant toujours le même nombre a appelé raison de la suite. On dit alors que les termes de la suite suivent une **croissance linéaire**.
• Pour tout n, $U_{n+1} = U_n + a$; $U_n = U_0 + na$; $U_n = U_p + (n-p)a$
• Si la raison a est positive, la suite est croissante.
• Si la raison a est négative, la suite est décroissante.
• Les points de la représentation graphique d'une suite arithmétique se situent sur une même droite.
• Si pour tout n, $U_{n+1} - U_n =$ constante alors (U_n) est une suite arithmétique de raison égale à la constante.

► *Exemple 1 :*
Soit (U_n) la suite arithmétique de 1er terme $U_0 = 2$ et de raison $a = 3$.
$U_{10} = U_0 + 10a = 2 + 10 \times 3 = 32$; $U_{33} = U_0 + 33a = 2 + 33 \times 3 = 101$
Pour tout n, $U_n = U_0 + na = 2 + 3n$. La suite est croissante car la raison est positive.

► *Exemple 2 :*
Soit (U_n) la suite arithmétique telle que $U_2 = 7$ et $U_5 = 19$.
Pour trouver la raison a : on a $U_5 = U_2 + (5-2)a$ (3ème formule), d'où $19 = 7 + 3a \Leftrightarrow a = 4$
A partir de là, on peut calculer U_{10} en utilisant que $U_{10} = U_2 + (10-2)a = 7 + 8 \times 4 = 39$.

Placements à intérêts simples :
Pour un taux annuel de x % , on reçoit chaque année le même intérêt égal à x % du capital initial.
Le capital U_n est le terme d'une suite arithmétique de raison égale à $\frac{x}{100} \times U_0$.

► *Exemple :* Pour un taux annuel de 5 % avec intérêts simples et un capital initial de 1000 euros.
La raison de la suite arithmétique est $a = \frac{5}{100} \times 1000 = 50$.
Le capital au bout de 8 ans sera : $U_8 = U_0 + 8a = 1000 + 8 \times 50 = 1400$.

Suites géométriques :
On passe d'un terme au terme suivant en multipliant toujours par le même nombre b appelé raison de la suite. On dit alors que les termes de la suite suivent une **croissance exponentielle**.
• Pour tout n, $U_{n+1} = b \cdot U_n$; $U_n = b^n \cdot U_0$; $U_n = b^{n-p} \cdot U_p$
• Si $U_0 > 0$ et si $b > 1$, la suite est croissante.
• Si $U_0 > 0$ et si $0 < b < 1$, la suite est décroissante.
• Si pour tout n, $\frac{U_{n+1}}{U_n} =$ constante alors (U_n) est une suite géométrique de raison égale à la constante.

► *Exemple 1 :*
Soit (U_n) la suite géométrique de 1er terme $U_0 = 5$ et de raison $b = 2$.
$U_4 = b^4 \cdot U_0 = 2^4 \times 5 = 80$; $U_{10} = b^{10} \cdot U_0 = 2^{10} \times 5 = 5120$
Pour tout n, $U_n = b^n \cdot U_0 = 5 \cdot 2^n$. La suite est croissante car $U_0 > 0$ et $b > 1$.

► *Exemple 2 :*
Soit (U_n) la suite géométrique de raison positive telle que $U_2 = 7$ et $U_4 = 63$.
Pour trouver la raison b : on a $U_4 = b^{4-2} \cdot U_2$ (3ème formule), d'où $63 = 7 \cdot b^2 \Leftrightarrow b^2 = 9$.
Donc, $b = 3$ (car $b > 0$)
A partir de là, on peut calculer U_6 en utilisant que $U_6 = b^{6-2} \cdot U_2 = 3^4 \cdot 7 = 567$.

Placements à intérêts composés :
Pour un taux annuel de x % , le capital U_n est le terme d'une suite géométrique de raison égale à $1 + \frac{x}{100}$.

► *Exemple :* Pour un taux annuel de 5 % avec intérêts composés et un capital initial de 1000 euros.
La raison de la suite géométrique est $b = 1 + \frac{5}{100} = 1,05$.

Le capital au bout de 8 ans sera : $U_8 = b^8 \cdot U_0 = (1,05)^8 \cdot 1000 \approx 1477,45$.

▶ *Remarque :*
- Si on augmente à intervalle régulier une valeur de x %, on utilise une suite géométrique de raison égale à $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$.
- Si on diminue à intervalle régulier une valeur de x %, on utilise une suite géométrique de raison égale à $\left(1 - \frac{x}{100}\right)$.

3 Statistique

• Moyenne, Variance et écart type d'une série statistique :
(valeurs du caractère : x_i ; effectif : n_i ; effectif total : N)
Moyenne : $\bar{x} = \dfrac{n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 + \cdots}{N}$
Variance $V = \dfrac{n_1(x_1-\bar{x})^2 + n_2(x_2-\bar{x})^2 + n_3(x_3-\bar{x})^2 + \cdots}{N}$; Ecart type : $\sigma = \sqrt{V}$
• Médiane (coupe la population étudiée en deux) :
On range les valeurs du caractère une par une dans l'ordre croissant.
Si l'effectif total est impair, la médiane M est la valeur du caractère située au milieu.
Si l'effectif total est pair, la médiane M est la demi-somme des 2 valeurs situées au milieu.
• Q_1 (premier quartile) et Q_3 (troisième quartile) :
On coupe la série en deux sous-séries de même effectif *(Attention : quand l'effectif total est impair, la médiane ne doit pas être incluse dans les sous-séries)* .
Q_1 est alors la médiane de la sous-série inférieure et Q_3 est la médiane de la sous-série supérieure.
Ecart interquartile $= Q_3 - Q_1$; Intervalle interquartile $]Q_1 ; Q_3[$
Les nombres Q_1, M et Q_3 coupent la population en 4 groupes de même effectif.

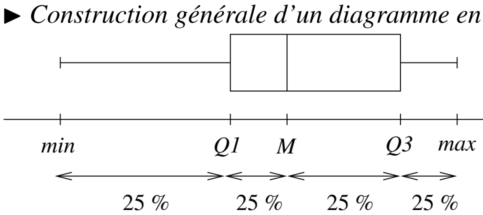
▶ *Exemple de calcul de Q_1, M et Q_3 :*

$\underbrace{4\ 4\ \overset{Q1=6}{6\ 6}\ 7\ 9}_{\text{sous-série inférieure}}\ \overset{M=10}{10}\ \underbrace{11\ 11\ \overset{Q3=13}{11\ 15}\ 15\ 17}_{\text{sous-série supérieure}}$

l'effectif total est impair

les 2 sous–séries ont un effectif pair

▶ *Construction générale d'un diagramme en boîtes :*



(répartition de la population)

4 Représentations graphiques

▶ *Exemple :*

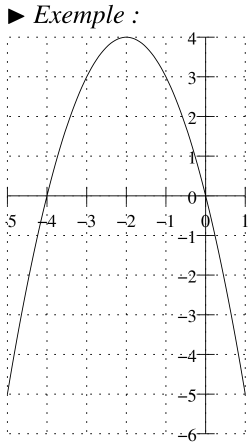


Tableau de variations d'après la courbe :

x	-5	-2	1
$f(x)$	-5 ↗	4	↘ -5

De la courbe on peut déduire que :
• $f(-2) = 4$; $f(-1) = 3$; $f(0) = 0$; $f(1) = -5$
• la fonction f admet un maximum de 4 pour $x = -2$.
• les solutions de l'équation $f(x) = 3$ sont -3 et -1.
• $f(x) \geqslant 3$ pour $x \in [-3;-1]$.

5 Feuilles de calcul

• Les cellules d'une feuille de calcul sont repérées par leurs coordonnées :

	A	B
1	cellule A1	cellule B1
2	cellule A2	cellule B2

• Une cellule peut contenir du texte, un nombre ou une formule de calcul. Les formules sont précédées du signe «=».

► *Exemple 1 :*
On considère la feuille de calcul suivante :

	A	B	C
1	6	7	=3*A1-B1

a) Quel sera le contenu de la cellule C1 après validation de la formule ?
Réponse : $3 \times 6 + 7 = 25$
b) Si l'on tape 5 dans la cellule A1, quel résultat obtiendra t'on dans la cellule C1 ?
Réponse : $3 \times 5 + 7 = 22$

► *Exemple 2 :*
Quelle formule faut-il taper dans C2 pour obtenir le prix TTC après avoir rentré le prix HT en A2 et le taux de TVA en B2 ? :

	A	B	C
1	Prix HT	Taux de TVA	Prix TTC
2			= ?

Réponse : il faut rentrer la formule =A2*(1+B2/100).

• Grâce au «copier-coller», on peut copier le contenu d'une cellule dans une autre :
- Une référence relative est automatiquement modifiée lors d'un «copier-coller». On utilise pour cela le nom exact de la cellule. Exemple : B1 .
- Une référence absolue n'est pas modifiée lors d'un «copier-coller». On utilise pour cela le symbole $ avant la lettre de la colonne ou le numéro de la ligne. Exemple : $A$1 .

► *Exemple 3 :*

	A	B	C	D	E	F
1			=$A$1+B1			
2						

Si on effectue un «copier-coller» de la cellule C1 vers les cellules C2 et F1, on obtient :

	A	B	C	D	E	F
1			=$A$1+B1			=$A$1+E1
2			=$A$1+B2			